AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

DİSKRET QEYRİ-XƏTTİ DİNAMİK SİSTEMLƏRƏ DAXİL OLAN PARAMETRLƏRİN TƏYİNİ ÜÇÜN PROQRAM TƏMİNATININ İŞLƏNMƏSİ VƏ TƏTBİQLƏRİ

İxtisas: 1214.01- Dinamik sistemlər və optimal idarəetmə

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Atif Akif oğlu Namazov**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2022

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

AMEA-nın həqiqi üzvü, professor
Fikrət Əhmədəli oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər:

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Şakir Şıxı oğlu Yusubov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent

İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

Rəşad Sirac oğlu Məmmədov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, professor

______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n.

______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: f-r.e.d., professor

______________ **Hamlet Fərman oğlu Quliyev**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi: Neft quyularının istismarı zamanı qaz-lift üsulundan istifadə edərkən optimal rejimin müəyyənləşdirilməsi üçün proqram trayektoriyanın qurulmasını göstərmək olar. Qazlift üsulu XIX əsrin axırlarında Bakıda Nobel qardaşları tərəfindən təklif olunmasına baxmayaraq, hələ bu vaxta qədər qaz-liftin riyazi modeli mükəmməl olaraq işlənməmişdir. Bu sahədə Şurov V.İ., A.Mirzəcanzadə, Eikrem G.O. və s. müəlliflərin çoxlu sayda tədqiqatları var. Həmin tədqiqat işlərində əsasən bəzi texniki məsələlər tədqiq olunur, amma Eikremin işlərində əsasən mayenin hərəkəti maddi nöqtənin hərəkəti ilə eyniləşdirilərək müxtəlif məsələlərə baxılır. Burada həmin eyniləşdirmə çox da əsaslı olmadığından məsələdə optimal rejimin tapılması və stabilləşdirmə məsələlərinin özündə müəyyən çatışmamazlıqlar olur. Bu baxımdan ilk dəfə olaraq Əliyev F.Ə., İlyasov M.X. və Camalbəyov M.A. tədqiqat işlərində qaz-lift prosesi zamanı qaz və maye-qaz qarışığının hərəkətini xarakterizə edən mükəmməl riyazi modeli vermişlər. Sonradan isə bu modelə uyğun bəzi məsələlərin həllini Əliyev F.Ə., İlyasov M.X. və Nuriyev N.B. xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsinin həllinə gətirmişlər.

Tədqiqatın obyekti və predmeti:

Tədqiqat işinin obyekti neftçıxarmada qazlift üsulu vasitəsi ilə identifikasiya məsələsinin həllidir. Diskret dinamik sistemlərdə, neftçıxarmada, ilk dəfə olaraq kəsr tərtib törəməli diferensial tənliklər vasitəsi ilə hidravlik müqavimət əmsalı təyin edilir, verilmiş alqoritmlər əsasında müvafiq praktiki məsələnin həlli üçün kompüterdə hesablamalar aparılmış və bu üsulun üstünlükləri məlum modellərlə müqayisədə təsdiqlənmişdir.

Tədqiqatın məqsədi. Dissertasiya işinin məqsədi neft sənayesində neftin çıxarılması üçün avtomatik idarəetmə sistemlərinin yaradılmasında qaldırıcı boruda hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün üsulların işlənməsindən, ştanqnasos qurğularında plunjerin yeni hərəkət modelinin kəsr tərtib rəqsi sistemlərlə təsviri, kəsr tərtibin təyini, fəza halında diskret Rosser modelinin qurulması və onun vasitəsilə fəza halında hidravlik müqavimət əmsalının təyinindən ibarətdir.

Tədqiqat metodları: İşdə xüsusi törəməli diferensial tənliklərdən, diskret çevrilmələrdən, təqribi hesablama üsullarından, müasir proqramlaşdırma və MATLAB proqram paketlərindən istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

1. Dinamik sistemlərin təyin oblastı boyu sabit qeyri-müəyyən parametrlərin təyini üçün uyğun identifikasiya məsələsi həll olunmuş və sistemə kiçik parametrlər daxil olduqda uyğun asimptotik üsul təklif olunmuşdur.
2. Neftçıxarmada nasos kompressor borusunun bütün hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün üsul işlənmişdir.
3. Təyin oblastı uyğun hissələrə bölündükdə neftçıxarmada həmin hissələrin hər birində hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün üsul verilmişdir.
4. Neftçıxarmada quyunun dərinliyi kifayət qədər böyük olduqda ilk dəfə həmin məsafənin tərsini kiçik parametr kimi qəbul edərək nasos kompressor borusunun bütün hissələrində hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün asimptotik üsul təklif olunmuşdur.
5. İlk dəfə kəsr tərtib diferensial tənliklərlə yazılan rəqsi sistemin (ştanqnasos qurğularında plunjerin hərəkəti) kəsr tərtib törəməsinin statistik verilənlər vasitəsilə tapılması üçün identifikasiya üsulu təklif olunmuş və uyğun alqoritm işlənmişdir.
6. Rəqsi sistemin kütləsi kifayət qədər böyük olduqda (plunjer neftlə dolduqda bu hal əmələ gəlir) həmin kütlənin tərsi kiçik parametr kimi qəbul edilərək, kəsr tərtibin təyini üçün daha sadə asimptotik üsul təklif olunur.
7. İlk dəfə olaraq qazlift prosesinin fəza halında diskret Rosser modeli təklif olunur və hidravlik müqavimət əmsalının hesablanması üçün alqoritm verilir.

Tədqiqatın elmi yeniliyi:

1. Hidravlik müqavimət əmsalının tapılması üçün qaldırıcı boruda yeni effektiv üsul təklif olunur.

2. Qaldırıcı boru kifayət qədər uzun olduqda hər bir müxtəlif hissələrdə hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün yeni alqoritm təklif olunur
3. Yük kifayət qədər böyük olduqda onun tərsi kiçik parametr kimi qəbul edilərək kəsr tərtibin təyini üçün asimptotik üsul verilir.
4. Ştanq nasos qurğularında neft çıxarma prosesində meye dempferli obyektin hərəkəti kəsr tərtib adi diferensial tənliklərlə yazılaraq kəsr tərtibin təyini üçün tərs məsələ həll olunur.
5. Qaz-lift prosesi üçün diskret Rosser modeli qurularaq hidravlik müqavimət əmsalı tapılır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti: Alınmış nəzəri elmi nəticələr oxşar problemlərin tədqiq olunmasında, daha ümumi elmi nəticələrin alınmasında istifadə edilə bilər. İşlənib hazırlanmış metodlar və alqoritmlər konkret praktiki məsələlərin, o cümlədən neft quyularının optimal istismarı məsələlərinin həllinə tətbiqi nəzərdə tutulur..

Aprobasiyası və tətbiqi: Dissertasiya işinin əsas nəticələri BDU-nun Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunun seminarlarında, AMEA RMİ-nın "Maye və qaz mexanikası" və "Riyazi fizika tənliklər" şöbələrinin seminarlarında və aşağıdakı elmi konfranslarda məruzə edilmişdir: "Sənaye Tətbiqli İdarəetmə və Optimallaşdırma" adlı 5-ci beynəlxalq konfransda, COIA-2015 (Bakı, 2015); Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXI Respublika elmi konfransda (Bakı, 2017); "Sənaye Tətbiqli İdarəetmə və Optimallaşdırma" adlı 6-cı beynəlxalq konfransda, COIA-2018 (Bakı, 2018); Azərbaycan və Türkiyə Universitetləri: təhsil, elm, texnologiya, I Beynəlxalq elmi-praktiki konfransın materialları, (Bakı, 2019); "Sənaye Tətbiqli İdarəetmə və Optimallaşdırma" adlı 7-ci beynəlxalq konfransda, COIA-2020, (Bakı, 2020).

İddiaçının şəxsi tövhəsi. Dissertasiya işində öz əksini tapan elmi nəticələrin hamısı şəxsən iddiaçının fəaliyyətinin və elmi rəhbərin ideya istiqamətinin, məsələnin qoyuluşunun konkret tədqiqat obyektinə tətbiqinin nəticəsidir.

Müəllifin elmi nəşrləri. Dissertasiya işinin mövzusu üzrə 19 elmi iş nəşr edilmişdir ki, onlardan 17-si məqalə, 2-si konfrans materialıdır. Ümümilikdə Web of Science indeksli elmi nəşrlərin sayı 9-dur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı:

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi-Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiya işinin ümumi həcmi:

Dissertasiya işinin ümumi həcmi - 208077 işarədir (titul -387, mündəricat -2554, giriş – 47136 işarə, birinci fəsil –72000 işarə, ikinci fəsil – 50000 işarə, üçüncü fəsil – 36000 işarə). Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə, 81 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinə 122 səhifəlik mətn, 3 şəkil və 1 cədvəl daxil edilmişdir.

İŞİN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılır və bu sahədə aparılmış başqa tədqiqatların analizi aparılır.

Birinci fəsildə diskret halda qeyri-xətti dinamik sistemin parametrlərinin təyini üçün identifikasiya məsələsinə baxılmışdır.

1.1-də obyektin hərəkət tənliyi qeyri-xətti fərq tənliklər sistemi vasitəsilə təsvir olunur:

$$y(i+1) = f\left(y(i), \alpha\right), \; i = \overline{0, N-1} \tag{1}$$

$$y_j(0) = y_{0j}, \quad j = \overline{1, M}. \tag{2}$$

Məsələ elə α vektorunun təyin olunmasından ibarətdir ki, (1)-(2) Koşi məsələsinin həlli

$$y_j(N) = y_{Nj}, \quad j = \overline{1, M} \tag{3}$$

şərtini ödəsin. Buna görə də (1)-(3) məsələsinin həlli üçün kvazixəttiləşdirmə üsulundan istifadə edib, (1) tənliyini xəttiləşdirək:

$$y^k(i+1) = A\left(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1}\right) y^k(i) + B\left(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1}\right) \alpha^k +$$

$$+ C\left(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1}\right), i = \overline{0, N-1} \tag{4}$$

(4) tənliyindən $y^k(N)$ həllini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$y^k(N)=\Phi^{k-1}y^k(0)+\Phi_1^{k-1}\alpha^k+\Phi_2^{k-1}. \tag{5}$$

Daha sonra *k*-cı iterasiya üçün aşağıdakı kvadratik funksionalı quraq:

$$I^k=\sum_{s=1}^{n}\left(y_s^k(N)-y_{Ns}^k\right)^T A\left(y_s^k(N)-y_{Ns}^k\right) \tag{6}$$

(6) funksionalında (5) ifadəsini nəzərə aldıqdan sonra alınmış funksionalın α^k parametrinə nəzərən qradiyentini hesablayıb sıfıra bərabər edirik və α^k parametri üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\alpha^k=-\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{n}\left(\Phi_{1s}^{k-1}A\Phi_{1s}^{k-1}\right)^{-1}\Big(y_s^{kT}(0)\Phi_s^{k-1^T}A\Phi_{1s}^{k-1}+$$
$$+\Phi_{1s}^{k-1^T}A\Phi_s^{k-1}y_s^k(0)+\Phi_{1s}^{k-1^T}A\Phi_{2s}^{k-1}-\Phi_{1s}^{k-1^T}y_{Ns}^{k\ T}+\Phi_{2s}^{k-1^T}\Phi_{1s}^{k-1^T}-$$
$$-y_{Ns}^{k\ T}\Phi_{1s}^{k-1}\Big) \tag{7}$$

burada fərz olunur ki, $\left(\Phi_{1s}^{k-1}A\Phi_{1s}^{k-1}\right)^{-1}$ mövcuddur.

Teorem 1. Tutaq ki, α^k parametri (7) düsturu ilə, $y^k(i)$ funksiyası (4) münasibəti ilə təyin olunur və $\lim\limits_{k\to\infty}\alpha^k=\alpha,\ \lim\limits_{k\to\infty}y^k(i)=y(i)$ doğrudur. Onda α parametri üçün $y(i)$ funksiyası (1)-(2) məsələsinin (3) şərtini ödəyən həllidir.

1.2-də obyektin hərəkəti aşağıdakı kimi

$$y(i+1)=f\left(y(i),\alpha,\varepsilon\right),i=\overline{1,N-1} \tag{8}$$

qeyri-xətti fərq tənlikləri sistemi və n-ölçülü $y(x)$ faza vektorunun müəyyən

$$y_j(0)=y_{0j},\ j=\overline{1,M}, \tag{9}$$

$$y_j(N)=y_{Nj} \tag{10}$$

başlanğıc və son qiymətləri vasitəsi ilə verilmişdir. Burada ε - kiçik parametrdir.

Məsələ (8) tənliyindən elə α vektorunun təyin olunmasından ibarətdir ki, bu tənliyin verilmiş (9) başlanğıc şərti daxilində həlləri (10) statistik verilənlərə maksimum yaxın olsun.

(8)-(10) məsələsinin həlli üçün kvazixəttiləşdirmə üsulundan istifadə edərək, (8) tənliyini xəttiləşdirək:

$$y^k(i+1)=\left(A_0\left(y^{k-1}(i),\alpha^{k-1}\right)+\varepsilon A_1\left(y^{k-1}(i),\alpha^{k-1}\right)\right)y^k(i)+ \tag{11}$$
$$+\left(B_0\left(y^{k-1}(i),\alpha^{k-1}\right)+\varepsilon B_1\left(y^{k-1}(i),\alpha^{k-1}\right)\right)\alpha^k+\left(C_0\left(y^{k-1}(i),\alpha^{k-1}\right)+\varepsilon C_1\left(y^{k-1}(i),\alpha^{k-1}\right)\right)$$

(11) tənliyindən riyazi induksiya metoduna əsasən $y^k(N)$ ifadəsi üçün də aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$y^k(N)=\left(\Phi_0^{0\,k-1}+\varepsilon\Phi_0^{1\,k-1}\right)y^k(0)+\left(\Phi_1^{0\,k-1}+\varepsilon\Phi_1^{1\,k-1}\right)\alpha^k+$$
$$+\left(\Phi_2^{0\,k-1}+\varepsilon\Phi_2^{1\,k-1}\right). \tag{12}$$

Aşağıdakı kimi kvadratik funksional quraq:

$$I^{\kappa}=\sum_{s=1}^{n}\left(y_s^k(N)-y_{sN}^k\right)^T A\left(y_s^k(N)-y_{sN}^k\right). \tag{13}$$

(12) ifadəsini (13) funksionalında nəzərə alıb, alınan funksionalın α^k parametrinə nəzərən qradiyentini hesablayaq. Daha sonra α^k parametrinin $\alpha^k\approx\alpha_0^k+\varepsilon\alpha_1^k+\ldots$ ayrılışını daxil edib, bu ayrılışı qradiyentin ifadəsində nəzərə alaq və sıfıra bərabər etsək, α_0^k və α_1^k parametrlərinin təyini üçün aşağıdakı ifadələri alırıq:

$$\alpha_0^k=-\sum_{s=1}^{n}\Bigg[\left(\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}A\Phi_{1s}^{0\,k-1}\right)^{-1}\Bigg(\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}A\Phi_{0s}^{0\,k-1}y_s^k(0)-$$
$$-\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}Ay_{Ns}^k+\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}A\Phi_{2s}^{0\,k-1}\Bigg)\Bigg], \tag{14}$$

$$\alpha_1^k=-\sum_{s=1}^{n}\Bigg\{\left(\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}A\Phi_{1s}^{0\,k-1}(2\varepsilon+1)\right)^{-1}\Bigg(\Phi_{1s}^{1\,k-1^T}A\Phi_{0s}^{0\,k-1}y_s^k(0)+$$
$$+\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}A\Phi_{0s}^{1\,k-1}y_s^k(0)+\Phi_{1s}^{1\,k-1^T}A\Phi_{2s}^{0\,k-1}+\Phi_{2s}^{1\,k-1^T}A\Phi_{1s}^{0\,k-1}$$
$$-\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}A\Phi_{1s}^{1\,k-1}\left(\Phi_{1s}^{0\,k-1^T}A\Phi_{1s}^{0\,k-1}\right)^{-1}\times$$

$$\times\left(\Phi_{1s}^{0\;k-1^T} A\Phi_{0s}^{0\;k-1} y_s^k(0) - \Phi_{1s}^{0\;k-1^T} A y_{Ns}^k + \Phi_{1s}^{0\;k-1^T} A\Phi_{2s}^{0\;k-1}\right\}. \qquad (15)$$

(16) və (17) ifadələrini $\alpha^k \approx \alpha_0^k + \varepsilon\alpha_1^k$ ifadəsində nəzərə alsaq, α^k parametrini təyin etmiş oluruq.

Teorem 2. Fərz edək ki, α_0^k və α_1^k parametrləri (14), (15) düsturları ilə təyin olunmuşdur. $\alpha^k = \alpha_0^k + \varepsilon\alpha_1^k$ və ε - nun kiçik qiymətlərində $y^k(i)$ funksiyası (11) münasibətindən tapılır. $\lim\limits_{k\to\infty}\alpha^k = \alpha,\ \lim\limits_{k\to\infty} y^k(i) = y(i)$ olarsa, onda α parametri üçün $y(i)$ funksiyası (8)-(9) məsələsinin (10) şərtini ödəyən həllidir.

1.3-də qaz-lift prosesi zamanı halqavari fəzada qaz və qaldırıcı boruda qaz və qaz-maye qarışığının hərəkəti aşağıdakı kimi iki qeyri-xətti birinci tərtib adi diferensial tənliklər sistemi vasitəsilə təsvir olunur:

$$\begin{cases} \dot{Q}_i = \dfrac{2a_i(\lambda_c)\rho_i F_i Q_i^2}{c_i^2\rho_i^2 F_i^2 - Q_i^2}, & Q(0) = u, \\ \dot{P}_i = \dfrac{2a_i c_i^2\rho_i^2 F_i^2 Q_i^2}{c_i^2\rho_i^2 F_i^2 - Q_i^2}, & P(0) = P_0, i = 1,\ 2. \end{cases} \qquad (16)$$

Burada (16) sisteminin birinci tənliyi onun ikinci tənliyindən asılı olmadığından, biz birinci tənliyi dəyişənlərinə ayırma üsulu ilə ayrıca həll edə bilərik.

İndi isə (16) sisteminin birinci tənliyinə uyğun qeyri-xətti fərq tənlikləri aşağıdakı kimi təsvir olunur:

$$Q(i+1) = Q(i) + h\frac{2a_1\rho_1 F_1 Q^2(i)}{c_1^2\rho_1^2 F_1^2 - Q^2(i)},\ 0 \le i \le N-1, \qquad (17)$$

$$Q(i+1) = Q(i) + h\frac{2a_2\rho_2 F_2 Q^2(i)}{c_2^2\rho_2^2 F_2^2 - Q^2(i)},\ N \le i \le 2N-1 \qquad (18)$$

$$Q(0) = u. \qquad (19)$$

N - nöqtəsində (17) və (18) tənlikləri bir-biri ilə aşağıdakı şərtlə bağlanırlar:

$$Q(N+1) = \gamma Q(N) + (-\delta_3 (Q(N) - \delta_2)^2 + \delta_1)\overline{Q} \tag{20}$$

Tutaq ki, hər hansı $Q^0(i)$ nominal trayektoriyası, a^0 parametri seçilmişdir. Fərz edirik ki, $(k-1)$-ci iterasiya artıq yerinə yetirilmişdir. (17), (18) tənliklərini bu verilənlər ətrafında $(Q-Q^0, a-a^0)$ tərtibinə qədər xəttiləşdirsək,

$$Q^k(i+1) = A_1 Q^k(i) + B_1 a^k(i) + C_1 , \quad 0 \le i \le N-1, \tag{21}$$

$$Q^k(i+1) = A_2 Q^k(i) + B_2 a^k(i) + C_2 , \quad N \le i \le 2N-1, \tag{22}$$

alınan tənlikləri $0 \le i \le N-1$, $N \le i \le 2N-1$ intervallarının son uclarında aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$Q^k(N) = \Phi_1^{k-1} Q^k(0) + \Phi_{11}^{k-1} a^k + \Phi_{21}^{k-1},$$
$$Q^k(2N) = \Phi_2^{k-1} Q^k(N+1) + \Phi_{12}^{k-1} a^k + \Phi_{22}^{k-1}. \tag{23}$$

Tutaq ki, müəyyən statistik verilənlər, yəni $\widetilde{Q}_s(0)$ (quyunun ağzında qazın həcmi) və $\widetilde{Q}_s(2N)$ (quyunun sonunda qaz-maye qarışığının həcmi (debit)) məlumdur. s – statistik müşahidələrin sayıdır.
k-cı iterasiya üçün aşağıdakı kvadratik funksionalı quraq:

$$I^k = \sum_{s=1}^{n} \left[Q_s^k(2N) - \widetilde{Q}_s^k(2N) \right]^2. \tag{24}$$

Daha sonra (23) ifadəsini (24) funksionalında nəzərə alıb, alınan funksionalın qradiyentini hesablayıb, sıfıra bərabər etsək, alarıq:

$$a^k = -\sum_{s=1}^{n} \left[\left(\Phi_{12s}^{k-1} \right)^2 \right]^{-1} \times \sum_{s=1}^{n} \left[\Phi_{2s}^{k-1} \Phi_{12s}^{k-1} Q_s^k(N+1) + \Phi_{22s}^{k-1} \Phi_{12s}^{k-1} - \Phi_{12s}^{k-1} \widetilde{Q}_s^k(2N) \right],$$

burada fərz olunur ki, $\left[\left(\Phi_{12s}^{k-1} \right)^2 \right]^{-1}$ ifadəsi mövcuddur.

Teorem 3. Tutaq ki, a^k (24) funksionalına minimum verən parametrdir. $Q^k(i)$ isə (21)-(22) tənliklər sisteminin həllidir.

$\lim_{k\to\infty} a^k = a$, $\lim_{k\to\infty} Q^k(i) = Q(i)$ olarsa, onda $Q(i)$ (17)-(19) sisteminin a parametrinə uyğun həllidir.

1.4-də obyektin hərəkət tənliyi sağ tərəfə kiçik parametr daxil olan qeyri-xətti diskret tənliklər sistemi vasitəsilə təsvir edilmişdir:

$$Q(i+1) = Q(i) + h\frac{2a_1\rho_1F_1Q^2(i)}{c_1^2\rho_1^2F_1^2\mu - Q^2(i)}, 0 \le i \le N-1, \quad (25)$$

$$Q(i+1) = Q(i) + h\frac{2a_2\rho_2F_2Q^2(i)}{c_2^2\rho_2^2F_2^2\mu - Q^2(i)}, N \le i \le 2N-1, \quad (26)$$

$$Q(0) = u, \quad (27)$$

burada *h*- kifayət qədər kiçik ədəddir.
N - nöqtəsində (25) və (26) tənlikləri bir-biri ilə (20) şərti ilə bağlanırlar.

Məsələ (26) tənliyindən elə a_2 vektorunun təyin olunmasından ibarətdir ki, bu tənliyin verilmiş (20) şərti daxilində həllləri $\widetilde{Q}_s(2N)$ statistik verilənlərə maksimum yaxın olsun.

Beləliklə, (25)-(27) məsələsinin həlli üçün kvadratik funksional qurularaq onu minimallaşdırmaq tələb olunur:

$$I = \sum_{s=1}^{n}\left[Q_s(2N) - \widetilde{Q}_s(2N)\right]^2 \to \min. \quad (28)$$

Hər hansı $Q^0(i)$ nominal trayektoriyası, a^0 parametri seçilir və fərz edirik ki, $(k-1)$-ci iterasiya artıq yerinə yetirilmişdir. (25) və (26) tənliklərini və (20) şərtini bu verilənlər ətrafında $(Q - Q^0,\ a - a^0)$ tərtibinə qədər xəttiləşdirək:

$$Q^k(i+1) = (A_{10} + \mu A_{11})Q^k(i) + (B_{10} + \mu B_{11})a_1{}^k +$$
$$+ (C_{10} + \mu C_{11}), \quad 0 \le i \le N-1 \quad (29)$$

$$Q^k(i+1) = (A_{20} + \mu A_{21})Q^k(i) + (B_{20} + \mu B_{21})a_2{}^k +$$
$$+ (C_{20} + \mu C_{21}), \quad N \le i \le 2N-1, \quad (30)$$

(29), (30)-dan riyazi induksiya üsulundan istifadə edərək, $Q^k(2N)$ həlli üçün aşağıdakı ifadəni almış olarıq:

$$Q^k(2N) = \left(\Phi_3^{0\,k-1} + \mu\Phi_4^{0\,k-1}\right)Q^k(N+1) + \left(\Phi_4^{0\,k-1} + \mu\Phi_4^{1\,k-1}\right)a_2^{\,k} + \\ + \left(\Phi_5^{0\,k-1} + \mu\Phi_5^{1\,k-1}\right) \tag{31}$$

$Q^k(2N)$ üçün aldığımız (31) ifadəsini (28) funksionalında nəzərə alıb, alınan funksionalının $a_2^{\,k}$ parametrinə nəzərən qradiyentini tapırıq. Daha sonra $a_2^{\,k}$ parametrinin $a_2^{\,k} = a_{20}^k + \mu a_{21}^k$ ayrılışını bu qradiyentdə nəzərə alıb, onu sıfıra bərabər edək. Onda alınan tənliyi a_{20}^k və a_{21}^k parametrlərinə nəzərən həll etsək alarıq:

$$a_{20}^k = -\sum_{s=1}^{n}\left(\left(\Phi_{4s}^{0\;k-1}\right)^2\right)^{-1}\left(\Phi_{3s}^{0\;k-1}\Phi_{4s}^{0\;k-1}Q_s^k(N+1) + \Phi_{5s}^{0\;k-1}\Phi_{4s}^{0\;k-1} - \right. \\ \left. -\widetilde{Q}_s^k(2N)\Phi_{4s}^{0\;k-1}\right) \tag{32}$$

$$a_{21}^k = -\sum_{s=1}^{n}\left(\left(\Phi_{4s}^{0\;k-1}\right)^2 + 2\mu\Phi_{4s}^{1\;k-1}\Phi_{4s}^{0\;k-1}\right)^{-1} \times \\ \times\left(\Phi_{3s}^{0\;k-1}\Phi_{4s}^{1\;k-1}Q_s^k(N+1) + \Phi_{5s}^{0\;k-1}\Phi_{4s}^{1\;k-1} - \right. \\ -\widetilde{Q}_s^k(2N)\Phi_{4s}^{1\;k-1} + \Phi_{3s}^{1\;k-1}\Phi_{4s}^{0\;k-1}Q_s^k(N+1) + \Phi_{5s}^{1\;k-1}(i)\Phi_{4s}^{0\;k-1} - \\ -2\Phi_{4s}^{1\;k-1}\Phi_{4s}^{0\;k-1}\left(\left(\Phi_{4s}^{0\;k-1}\right)^2\right)^{-1} \times \\ \left.\times\left(\Phi_{3s}^{0\;k-1}\Phi_{4s}^{0\;k-1}Q_s^k(N+1) + \Phi_{5s}^{0\;k-1}\Phi_{4s}^{0\;k-1} - \widetilde{Q}_s^k(2N)\Phi_{4s}^{0\;k-1}\right)\right). \tag{33}$$

Beləliklə, a_{20}^k və a_{21}^k parametrləri üçün aldığımız (32) və (33) ifadələrini $a_2^{\,k} = a_{20}^k + \mu a_{21}^k$ ayrılışında nəzərə alsaq, $a_2^{\,k}$ parametrini təyin etmiş oluruq.

Teorem 4. Fərz edək ki, a_{20}^k və a_{21}^k parametrləri (32) və (33) münasibətləri ilə təyin olunur. μ - nün kiçik qiymətləri üçün

$a_2^k = a_{20}^k + \mu a_{21}^k$ və $Q^k(i)$ (29), (30) tənliklərindən tapılır. $\lim\limits_{k\to\infty} a_2^k = a_2$, $\lim\limits_{k\to\infty} Q^k(i) = Q(i)$ olarsa, onda a_2 parametri üçün $Q(i)$ funksiyası (20), (25)-(27) sisteminin həllidir.

2.1-də qazlift prosesinin zamana görə ortalaşmış riyazi modeli nəzərdən keçirilir. Burada obyektin hərəkət tənliyi aşağıdakı kimi sağ tərəfə kiçik parametr daxil olan qeyri-xətti fərqlər tənlikləri və başlanğıc şərti vasitəsilə verilmişdir:

$$Q(k+1) = Q(k) + h\frac{2a_1\rho_1 F_1 Q^2(k)}{c_1^2\rho_1^2 F_1^2\mu - Q^2(k)}, 0 \le k \le N-1, \tag{34}$$

$$Q(k+1) = Q(k) + h\frac{2a_2\rho_2 F_2 Q^2(k)}{c_2^2\rho_2^2 F_2^2\mu - Q^2(k)}, N \le k \le 2N-1, \tag{35}$$

$$Q(0) = u, \tag{36}$$

burada h- kifayət qədər kiçik ədəddir.

Tutaq ki, qazlift quyusunda borunun l uzunluğu m sayda $[l_i, l_{i+1}]$, i=1, 2, ..., m-1 hissələrə bölünmüşdür və bu halda qaz-maye qarışığının hərəkəti hər bir $[l_i, l_{i+1}]$ intervalında aşağıdakı kimi qeyri-xətti fərqlər tənlikləri vasitəsilə təsvir olunur:

$$Q(k+1) = Q(k) + h\frac{2a_{2,i}\rho_2 F_2 Q^2(k)}{c_2^2\rho_2^2 F_2^2\mu - Q^2(k)},\ Q(N+1) = Q_N,$$
$$N \le k \le 2N-1, \tag{37}$$

burada $a_{2,i} = \dfrac{g}{\omega_c} + \dfrac{\lambda_{2,i}\omega_c}{2D}$, i=1, 2, ..., m-1, $\lambda_{2,i}$- hər bir $[l_i, l_{i+1}]$ intervalında hidravlik müqavimət əmsalıdır.

Tutaq ki, n sayda başlanğıc verilənlər məlumdur:

$$Q^j(N+1) = \widetilde{Q}_N^j,\ j = \overline{1,n}. \tag{38}$$

λ_i (i=1, 2, ..., m) hidravlik müqavimət əmsalının hər bir $[l_i, l_{i+1}]$ intervalında elə qiymətini tapmaq tələb olunur ki, qaldırıcı borunun sonunda (37) tənliyinin $Q(2N) = Q_{2N}$ həlli ilə (38) başlanğıc veriləninə uyğun son verilən qiymət

$$Q^j(2N) = \widetilde{Q}_{2N}^j, \quad j = \overline{1,n} \tag{39}$$

arasındakı fərq minimum olsun.
Ən kiçik kvadratlar üsulundan istifadə edərək

$$I(\lambda_1, \ldots, \lambda_m) = \sum_{j=1}^{n} \left[Q^j(2N) - \widetilde{Q}_{2N}^j\right]^2 + \sum_{i=1}^{m} \alpha a_{2,i}^2 \to \min \tag{40}$$

kvadratik funksional qurulur, burada $\widetilde{Q}_{2N}^j$ başlanğıc veriləninə uyğun verilmiş statistik qiymət, $Q^j(2N)$ (37) tənliyinin həllidir.
(37) tənliyinin $O(\mu)$ tərtibdən həlli aşağıdakı şəkildə olar:

$$Q(k+1) = Q(k) - 2ha_{2,i}\rho_2 F_2 - h\frac{2a_{2,i}c_2^2\rho_2^3F_2^3}{Q^2(k)}\mu. \tag{41}$$

(41) tənliyinin l_1, l_2, l_3 nöqtələrində qiymətini tapıb, riyazi induksiya üsulundan istifadə etsək, $Q(l_m) = Q(2N)$ üçün birinci yaxınlaşmada aldığımız asimptotik ayrılışı (40) funksionalında nəzərə alıb, $a_{2,i}$ parametrinə nəzərən qradiyentini tapırıq və bu qradiyenti sıfıra bərabər edib aşağıdakı kimi qeyri-xətti cəbri tənliklər sistemini alarıq:

$$\frac{\partial I}{\partial a_{2i}} = \sum_{j=1}^{n}\Bigg\{-2\left[Q^j(0) - \widetilde{Q}_{2N}^j - \sum_{i=1}^{m} 2a_{2,i}\rho_2F_2l_i\right]2\rho_2F_2l_i + 2\alpha a_{2,i} +$$

$$+\left(4\rho_2F_2l_i\left(\frac{2a_{2,1}c_2^2\rho_2^3F_2^3l_1}{\left(Q^j(0)\right)^2} + \sum_{i=2}^{\mathrm{m}}\frac{2a_{2,i}c_2^2\rho_2^3F_2^3l_i}{\left[Q^j(0) - \sum_{s=1}^{i-1}2l_sa_{2,s}\rho_2F_2\right]^2}\right) - \right.$$

$$\left.\left. -2\left[Q^j(0) - \widetilde{Q}_{2N}^j - \sum_{i=1}^{m}2a_{2,i}\rho_2F_2l_i\right]\sum_{i=2}^{\mathrm{m}}\frac{2c_2^2\rho_2^3F_2^3l_i}{\left[Q^j(0) - \sum_{s=1}^{i-1}2l_sa_{2,s}\rho_2F_2\right]^2}\right)\mu\right\} =$$

$$= A_i(a_{2,1}, a_{2,2}, ..., a_{2,m}) + \mu B_i(a_{2,1}, a_{2,2}, ..., a_{2,m}) = 0, \quad (i=1, 2,..., m) \quad (42)$$

$a_{2,i}$ (i=1, 2,..., m) parametrinin aşağıdakı şəkildə ayrılışını daxil edək:

$$a_{2,i} = \overset{0}{a}_{2,i} + \mu \overset{1}{a}_{2,i}. \tag{43}$$

Bu ayrılışı $A_i(a_{2,1}, a_{2,2}, ..., a_{2,m})$, $B_i(a_{2,1}, a_{2,2}, ..., a_{2,m})$-nin ifadələrində nəzərə alıb, (42) tənliyində yerinə yazsaq, $a_{2,i},\ i=\overline{1,m}$ parametrinə nəzərən xətti cəbri tənliklər sistemini alarıq:

$$\overset{0}{A_i}(\overset{0}{a}_{2,1}, \overset{0}{a}_{2,2}, ..., \overset{0}{a}_{2,m}) + \mu(\overset{1}{A_i}(\overset{1}{a}_{2,1}, \overset{1}{a}_{2,2}, ..., \overset{1}{a}_{2,m}) + \overset{0}{B_i}(\overset{0}{a}_{2,1}, \overset{0}{a}_{2,2}, ..., \overset{0}{a}_{2,m})) = 0. \quad (44)$$

Asanlıqla görmək olar ki, (42) tənliyi ixtiyari μ üçün ödəndiyindən (54)-dən alarıq:

$$\begin{cases} \overset{0}{A_i}(\overset{0}{a}_{2,1}, \overset{0}{a}_{2,2}, ..., \overset{0}{a}_{2,m}) = 0 \\ \overset{1}{A_i}(\overset{1}{a}_{2,1}, \overset{1}{a}_{2,2}, ..., \overset{1}{a}_{2,m}) + \overset{0}{B_i}(\overset{0}{a}_{2,1}, \overset{0}{a}_{2,2}, ..., \overset{0}{a}_{2,m}) = 0,\ i = \overline{1,m} \end{cases}. \tag{45}$$

(45) sisteminin birinci tənliyindən $\overset{0}{a}_{2,i},\ i=\overline{1,m}$ parametrinin tapılması üçün aşağıdakı kimi xətti cəbri tənliklər sistemini alarıq:

$$\begin{bmatrix} \rho_2F_2l_1 + \dfrac{\alpha}{n\rho_2F_2l_1} & \rho_2F_2l_2 & \dots\ \rho_2F_2l_m \\ \rho_2F_2l_1 & \rho_2F_2l_2 + \dfrac{\alpha}{n\rho_2F_2l_2} & \dots\ \rho_2F_2l_m \\ & \dots & \\ \rho_2F_2l_1 & \rho_2F_2l_2 & \dots\ \rho_2F_2l_m + \dfrac{\alpha}{n\rho_2F_2l_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overset{0}{a}_{2,1} \\ \overset{0}{a}_{2,2} \\ \dots. \\ \overset{0}{a}_{2,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\left(Q^j(0) - \tilde{Q}_{2N}^j\right) \\ \dfrac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\left(Q^j(0) - \tilde{Q}_{2N}^j\right) \\ \dots \\ \dfrac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\left(Q^j(0) - \tilde{Q}_{2N}^j\right) \end{bmatrix} \tag{46}$$

(45) sisteminin ikinci tənliyindən $\overset{1}{a}_{2,i},\ i=\overline{1,m}$ parametrinin tapılması üçün aşağıdakı kimi xətti cəbri tənliklər sistemini alarıq:

$$\begin{bmatrix} 8\rho_2^2F_2^2l_1^{\,2}-2\alpha & 8\rho_2^2F_2^2l_2^{\,2} & \dots 8\rho_2^2F_2^2l_m^{\,2} \\ 8\rho_2^2F_2^2l_1^{\,2} & 8\rho_2^2F_2^2l_2^{\,2}-2\alpha & \dots 8\rho_2^2F_2^2l_m^{\,2} \\ 8\rho_2^2F_2^2l_1^{\,2} & 8\rho_2^2F_2^2l_2^{\,2} & \dots\ 8\rho_2^2F_2^2l_m^{\,2}-2\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{2,1}^1 \\ a_{2,2}^1 \\ \dots \\ a_{2,n}^1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} B_1^0(a_{2,1}^0,\dots,a_{2,m}^0) \\ B_2^0(a_{2,1}^0,\dots,a_{2,m}^0) \\ \dots \\ B_m^0(a_{2,1}^0,\dots,a_{2,m}^0) \end{bmatrix} \tag{47}$$

Daha sonra, (43)-dən istifadə edərək, kiçik μ parametrinə nəzərən birinci yaxınlaşmada $a_{2,i},\ i=\overline{1,m}$ parametri tapılır. Nəhayət, $a_{2,i},\ i=\overline{1,m}$-nin ifadəsindən istifadə edərək, $\lambda_{2,i},\ i=\overline{1,m}$ hidravlik müqavimət əmsalını taparıq.

Teorem 5. Tutaq ki, $a_{2,i}^0,\ a_{2,i}^1,\ i=\overline{1,m}$ parametrləri uyğun olaraq (46), (47) cəbri tənliklər sisteminin həllidir. Onda (43) şəklində tapılan və qaldırıcının müxtəlif hissələrindəki $a_{2,i},\ i=\overline{1,m}$ hidravlik müqavimət əmsalları (34)-(36) məsələsinin (40) funksionalına minimum verir.

İkinci yarımfəsildə qaldırıcı borunun uzunluğu iki müxtəlif hissəyə bölünərək hər iki hissədə hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün identifikasiya məsələsinə baxılır və ən kiçik kvadratlar üsulundan istifadə edərək, aşağıdakı funksional qurulur:

$$I(a_{2,1},\,a_{2,2})=\sum_{j=1}^{n}\left[Q_{a_{2,1},\,a_{2,2}}^{j}(l_2)-\tilde{Q}_{2N}^{j}\right]^2+\beta a_{2,1}^2+\beta a_{2,2}^2\to\min,$$

Daha sonra isə 2.1-ə analoji olaraq davam etsək, $a_{2,1}=a_{2,1}^0+\mu a_{2,1}^1,\ a_{2,2}=a_{2,2}^0+\mu a_{2,2}^1$ parametrlərinin tapılması üçün aşağıdakı kimi xətti cəbri tənliklər sistemini alarıq:

$$\begin{bmatrix} (4l_1\rho_2F_2+\dfrac{\beta}{nl_1\rho_2F_2}) & 4l_2\rho_2F_2 \\ 4l_1\rho_2F_2 & (4l_2\rho_2F_2+\dfrac{\beta}{nl_2\rho_2F_2}) \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} a_{2,1}^0 \\ a_{2,2}^0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{2}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\left[Q^j(l_0)-\tilde{Q}_2^j\right] \\ \dfrac{2}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\left[Q^j(l_0)-\tilde{Q}_2^j\right] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -(8nl_1^2\rho_2^2F_2^2+2\beta) & -8nl_1l_2\rho_2^2F_2^2 \\ -8nl_1l_2\rho_2^2F_2^2 & -(8nl_2^2\rho_2^2F_2^2+2\beta) \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} a_{2,1}^1 \\ a_{2,2}^1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} B_1^0(a_{21}^0,a_{22}^0) \\ B_2^0(a_{21}^0,a_{22}^0) \end{bmatrix}$$

Nəhayət, $a_{2,1}$, $a_{2,2}$-dən istifadə edərək, $\lambda_{2,i}$, $i=\overline{1,2}$ hidravlik müqavimət əmsalını taparıq.

3.1-də rəqsi proses Nyuton mayesinin daxilində olduqda kəsr tərtib törəmənin təyini məsələsinə baxılır. Əvvəlcə maye dempferli rəqsi proses sabit əmsallı, kəsr tərtib xətti adi diferensial tənliklə təsvir olunur:

$$\ddot{y}(t)+aD^{\alpha}y(t)+by(t)=f(t) \quad (t\ge t_0>0) \tag{48}$$

$$y(t_0)=y_0,\, y'(t_0)=y_1,\, \alpha\in(1,2), \tag{49}$$

burada $aD^{\alpha}y(t)$ ifadəsi kəsr tərtib törəməli maye dempferin təsirini əks etdirən riyazi ifadədir, α -kəsr ədəddir.
Sonra isə kəsr tərtib törəmənin Riman-Liuvill mənada tərifinin köməyi ilə verilmiş kəsr tərtib xətti adi diferensial tənlik ikinci növ Volterra inteqral tənliyinə gətirlir:

$$y(t)+\int_{t_0}^{t}K_{\alpha}(t-z)y(z)dz=F(t), \tag{50}$$

Verilmiş məsələnin həlli üçün (43) tənliyinin diskretləşdirilməsi məsələsini nəzərdən keçirək. Tutaq ki, (41) tənliyi $[t_0,l]$ intervalında təyin olunub, bu intervalı h sabit addımı ilə n hissəyə bölək, yəni $t_k=t_0+kh,\ t_n=l$ və (43) inteqral tənliyini sonlu cəm ilə əvəz etdikdə verilmiş y_1 üçün sonlu y_n həlli aşağıdakı ifadə vasitəsilə təyin olunur.

$$y_n=-K_{\alpha}(t_n-t_1)y_1h-K_{\alpha}(t_n-t_2)y_2h-...-K_{\alpha}(t_n-t_{n-1})y_{n-1}h+F_n \tag{51}$$

$\alpha\in(1,2)$ parametrinin tapılması üçün $y^{i}_{n,st}\,(i=\overline{1,k-1})$ -i statistik verilən kimi qəbul edib aşağıdakı kvadratik funksionalı qurulur:

$$J=\sum_{i=1}^{k-1}(y^{i}_{n}-y^{i}_{n,st})^2\to\min. \tag{52}$$

y_n həllini (45) funksionalında nəzərə alıb və alınan funksionalın $\frac{\partial J}{\partial \alpha}$ törəməsini hesablayıb, sıfıra bərabər etsək, alarıq:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha}=\sum_{i=1}^{k-1}(-\sum_{m=0}^{n-1}K_{\alpha}(t_n-t_m)y_m^i h+F_n-y_n^i)\times$$

$$\times\sum_{m=0}^{n-1}a\frac{-(t_n-t_m)^{1-\alpha}\ln(t_n-t_m)\Gamma(2-\alpha)+(t_n-t_m)^{1-\alpha}\int_0^{\infty}e^{-t}t^{1-\alpha}\ln t dt}{\Gamma^2(2-\alpha)}\times$$

$$\times y_m^i h=0, \tag{53}$$

(46) cəbri tənliyini bu və ya digər üsulla həll etsək, α parametrini almış olarıq və verilmiş məsələnin həlli üçün hesablama alqoritmini verə bilirik. Praktikadan gələn misal üzərində göstərilir ki, y_n^i -nin informativliyindən asılı olaraq α tərtibi uyğun olaraq $(0,1)$ və ya $(1,2)$ intervalına daxil olur. Kökləri tapmaq alqoritmi bir seqmenti yarıya bölməklə həyata keçirilir.

3.2-də fərz olunur ki, m kütləsinin qiyməti kifayət qədər böyükdür. Bu halda birinci yaxınlaşmada kütlənin tərs qiyməti üçün kiçik parametr qəbul olunur və birinci yaxınlaşmada $f\equiv 0$ olduqda (41) tənliyinin həllini asimptotik şəkildə təsvir edək:

$$\ddot{y}(t)+\varepsilon a\dot{y}(t)+by(t)=0. \tag{54}$$

Onda $y(t)$-nin təyini üçün aşağıdakı inteqral tənliyini alarıq:

$$y(t)+\varepsilon\int_{t_0}^{t}\left[a\frac{(t-z)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)!}+b\cdot(t-z)\right]y(z)dz=y_1(t-t_0). \tag{55}$$

Beləliklə, (48) tənliyinin $y(t_0)=0$, $y'(t_0)=y_1$ başlanğıc şərtləri daxilində həlli birinci yaxınlaşmada aşağıdakı formaya malikdir:

$$y(t,\varepsilon)=y_1(t-t_0)+\varepsilon\, y_1\left[-\frac{a(t-t_0)^{3-\alpha}}{(3-\alpha)!}+\frac{5b(t-t_0)^3}{6}\right]. \tag{56}$$

Tutaq ki, müxtəlif başlanğıc $y_i'(t_0) = y_{1i}$, $(i = 1, 2, ..., k)$ sürətləri uyğun olaraq sonlu y_i qiymətlərinə malikdir və intervalın sonunda $y(T) = y_T$. Tənliyin $y(t_0) = 0$, $y'(t_0) = y_1$ başlanğıc şərtləri daxilində həllini $y(t, \alpha, y_{1i})$ ilə işarə edək. y və y_{1i} statistik verilənlər kimi qəbul edilir. Onda (56) ifadəsini aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$y(T, \alpha, y, \varepsilon) = y_{1i}(t - t_0) + \varepsilon\, y_{1i}\left[\frac{a(T - t_0)^{3-\alpha}}{(3-\alpha)!} - \frac{5b(T - t_0)^3}{6}\right]. \qquad (57)$$

Beləliklə, aşağıdakı kvadratik funksional qurulur:

$$I = \sum_{i=1}^{k}\left(y(t, \alpha, y_{1i}) - y_{Ti}\right)^2. \qquad (58)$$

Elə $\alpha = \alpha^*$ tapmaq tələb olunur ki, (52) funksionalı minimum qiymət alsın. Bunun üçün (52) funksionalının α-ya nəzərən törəməsini hesablayıb, sıfıra bərabər etsək, α parametrinin tapılması üçün alırıq:

$$\frac{a(T - t_0)^{3-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)} - 5b\frac{(T - t_0)^3}{6} + \frac{1}{\varepsilon}\left[-(T - t_0) + \frac{y_{T1}y_{11} + ... + y_{Tk}y_{1k}}{y_{11}^2 + ... + y_{1k}^2}\right] = 0. \qquad (59)$$

3.3-də isə müntəzəm şəbəkələrin köməyi ilə diskret sistemə daxil olan və uyğun xətti cəbri tənliklər sistemindən təyin olunan, həyəcanlanmanı göstərən Rosser modelini xarakterizə edən aşağıdakı kimi verilən fərq tənliyinə baxılır:

$$\begin{bmatrix} P_i^{j+1} \\ Q_{i+1}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(\lambda) & A_{12}(\lambda) \\ A_{21}(\lambda) & A_{22}(\lambda) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_i^j \\ Q_i^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} W_i^j \\ X_i^j \end{bmatrix}. \qquad (60)$$

Daha sonra (60) tənliyindən istifadə etsək, aşağıdakı ifadələri alarıq:

$$\begin{cases} P_i^{j+1} = A_{11}(\lambda)P_i^j + A_{12}(\lambda)Q_i^j + B_{11}W_i^j + B_{12}\mathrm{X}_i^j \\ Q_{i+1}^j = A_{21}(\lambda)P_i^j + A_{22}(\lambda)Q_i^j + B_{21}W_i^j + B_{22}\mathrm{X}_i^j. \end{cases}$$

Aşağıdakı kimi kvadratik funksionallara baxılır:

$$J(\lambda)=\sum_{i=1}^{m}\left(P(i,n)-\overline{P}(i,n)\right)^2, \quad I(\lambda)=\sum_{j=1}^{m}\left(Q(m,j)-\overline{Q}(m,j)\right)^2.$$

Daha sonra $\frac{dI(\lambda)}{d\lambda}$ qradiyentini təyin edib, sıfıra bərabər edib həll etsək, tələb olunan hidravlik müqavimət əmsalını almış olarıq:

$$\frac{dI(\lambda)}{d\lambda}=2\sum_{j=1}^{n}\Big[(1+A_0(\lambda))^{j-1}\big(1+A_0(\lambda)P_m^0-A_0(\lambda)Q_m^0\big)+$$

$$+\sum_{k=0}^{j-1}f_{mk}-A_0(\lambda)g_{m-1k}-A_0(\lambda)(1-A_0(\lambda))Q_{m-1}^k(\lambda)-$$

$$-A_0^2(\lambda)P_{m-1}^k(\lambda)(1+A_0(\lambda))^{j-1-k}+$$

$$+(1-A_0(\lambda))Q_{m-1}^j(\lambda)+g_{m-1j}-\overline{Q}(m,j)\Big]\cdot\frac{h\omega}{2FD}P_{m-1}^j(\lambda)+$$

$$+A_0(\lambda)\frac{dP_{m-1}^j(\lambda)}{d\lambda}-\frac{h\omega}{2FD}Q_{m-1}^j(\lambda)+(1-A_0(\lambda))\frac{dQ_{m-1}^j(\lambda)}{d\lambda}.$$

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində aparılan tədqiqatları yekunlaşdıraraq əsas nəticələr olaraq aşağıdakıları qeyd etmək olar:

1. Hidravlik müqavimət əmsalının tapılması üçün qaldırıcı boruda yeni effektiv üsul təklif olunur.
2. Qaldırıcı boru kifayət qədər uzun olduqda hər bir müxtəlif hissələrdə hidravlik müqavimət əmsalının təyini üçün yeni alqoritm təklif olunur.
3. Yük kifayət qədər böyük olduqda onun tərsi kiçik parametr kimi qəbul edilərək kəsr tərtibin təyini üçün asimptotik üsul verilir.
4. Ştanq nasos qurğularında neft çıxarma prosesində meye demfer qəbul edilərək obyektin hərəkəti kəsr tərtib adi diferensial tənliklərlə yazılaraq kəsr tərtibin təyini üçün tərs məsələ həll olunur.
5. Qaz-lift prosesi üçün diskret Rosser modeli qurulub və diskret Rosser modeli vasitəsi ilə hidravlik müqavimət əmsalı tapılır.

Dissertasiya işi üzrə müəllifin dərc olunmuş elmi işlərinin siyahısı:

1. Алиев, Ф.А. Об одной задаче идентификации по определению параметров динамических систем / Ф.А.Алиев, Н.А.Исмаилов, А.А.Намазов [и др.] // Proceeding of IAM, - Баку: -2014. V.3, №2, - с.139-151.
2. Aliev, F.A., Ismailov, N.A., Gasimov, Y.S., Namazov, A.A., Rajabov, M.F. A method to solving some identification problem// The 5th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, - Baku: -27 august -29 august, -2015, - p.237-239.
3. Aliev, F.A., Ismailov, N.A., Namazov, A.A. Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing // - Novosibirsk: Journal of Inverse and Ill-posed Problems, - 2015. Volume 23, Issue 5, - p. 511–518.
4. Baigereyev, D. On an Identification Problem on the Determination of the Parameters of the Dynamic System / D.Baigereyev, N.A.Ismailov, A.A.Namazov [et.al.] // Mathematical Problems in Engineering, -2015. V.2015, -8p.
5. Aliev, F.A., Ismailov, N.A., Namazov, A.A. Algorithm for calculating the parameters of formation of gas-liquid mixture in the shoe of gas lift well // -Baku: Applied and Computational Mathematics, - 2016, V.15, № 3, - p.370-376.
6. Алиев, Ф.А. Алгоритм вычисления параметров образования газожидкостной смеси на башмаке газлифтной скважины / Ф.А.Алиев, Н.А.Исмаилов, А.А.Намазов // Proceeding of IAM, - Баку: -2016. V.5, №1, - с.123-132.
7. Алиев, Ф.А. Асимптотический метод решения задачи идентификации для нелинейных динамических систем / Ф.А.Алиев, Н.А.Исмаилов, А.А.Намазов [и др.] // Proceeding of IAM, - Баку: -2016. V.5, №1, - с.84-97.
8. Гаджиева, Н.С. Алгоритм решения задачи идентификации для определения параметров дискретных динамических

систем / Н.С.Гаджиева, А.А.Намазов, И.М.Аскеров, [и др.] // Proceeding of IAM, - Баку: -2016. V.5, №2, - с.235-244.
9. Namazov, A.A. Qazlift prosesində diskret Rosser modeli vasitəsilə hidravlik müqavimət əmsalının təyin olunması // Azərbaycan və Türkiyə Universitetləri: təhsil, elm, texnologiya, I Beynəlxalq elmi-praktiki konfransın materialları, - Bakı, - 18-20 dekabr, 2019, III hissə, s. 39-41.
10. Алиев, Ф.А. Асимптотический метод определения коэффициента гидравлического сопротивления на разных участках трубопровода при добыче нефти / Ф.А.Алиев, Н.А.Исмаилов, А.А.Намазов [и др.] // Proceedings of IAM, - Баку: - 2017. V.6, №1, - с. 3-15.
11. Aliev, F.A. Asymptotic Method for Solution of Identification Problem of the Nonlinear Dynamic Systems / F.A.Aliev, N.A.Ismailov, A.A.Namazov [et.al.] // -Serbia: Filomat, -2018. Vol.32, N.3, - p.1025-1033
12. Aliev, F.A., Hajiyeva, N.S., Namazov A.A., Huseynova, NS. Asymptotical method to solution of identification problem for defining the parameters of discrete dynamical system in gas-lift process // 6th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA), - Baku: -11 july – 13july, - 2018, VOL I , - p.55-57.
13. Aliev, F.A. Identification Problem for Determining the Parameters of a Discrete Dynamic System/ F.A.Aliev, N.S.Hajieva, A.A.Namazov [et.al.] // International Applied Mechanics, -Kiev: - 2019. V.55, №1, - p.110-116
14. Алиев, Ф.А., Муталлимов, М.М., Намазов, А.А. Метод идентификации для определения порядка дробной производной колебательной системы // - Баку: Proceedings of IAM, -2019. V.8, №1, - с.3-13.
15. Намазов, А.А. Вычислительный алгоритм определения порядка дробных производных колебательных систем // - Баку: Proceedings of IAM, -2019. V.8, №2, - с.202-210.
16. Намазов, А.А. Определение коэффициента гидравлического сопротивления с помощью модели россера при

газлифтном процессе // - Баку: Proceedings of IAM, -2019. V.8, №1, - с.99-105.
17. Aliev, F.A. Algoritm for Solving the İdentification Problem for Determining the Fractional-Order Derevative of an Oscilatory System / F.A.Aliev, N.A.Aliev, Mutallimov M.M. [et.al.] // Applied and Computational Mathematics, -Baku: -2020. V.19, №3, -p.415-422.
18. Aliev, F.A., Hajiyeva, N.S., Namazov, A.A., Safarova, N.A. Asymptotical method to solution the identification problem for determining the parameters of discrete dynamical systems // The 7th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, - Baku: -26 august -28 august, -2020, - p.92-94.
19. Namazov, A.A., Hajiyeva, N.S., Ismailov, N.A. Determination of the coefficient of hydraulic resistance by roesser model in discrete dynamical systems // 7th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA), - Baku -26 august-28 august - 2020, VOL II , - p.287-289.

Dissertasiyanın müdafiəsi **30 iyun 2022-ci il** tarixində **14^{00}**-da AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **27 may 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 13.05.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 36333
Tiraj: 100