AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

DƏYİŞƏN DƏRƏCƏLİ HARDİ SİNİFLƏRİNDƏ RİMAN SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİ VƏ ONUN BAZİSLİK MƏSƏLƏLƏRİNƏ TƏTBİQİ

İxtisas: 1211.01- Differensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Miran İbrahim oğlu Ələsgərov**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2022

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: AMEA-nın müxbir üzvü, professor
Bilal Telman oğlu Bilalov

Rəsmi opponentlər:
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Bəhram Əli oğlu Əliyev

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Mahir Mirzəxan oğlu Səbzəliyev

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Şirmayıl Həsən oğlu Bağırov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, professor
_______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n.
_______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın həqiqi üzvü, professor
_______________ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi.

Təbiət elmlərinin demək olar ki, bütün sahələrində daha mürəkkəb obyektlərin az mürəkkəb obyeklərlə və ya sadə obyeklərlə aproksimasiya sualı meydana çıxır. Məsələn, oxşar məsələlər tənliklər nəzəriyyəsində (məs. xüsusi törəməli tənliklərin həlli üçün Furye metodu və s.), xətti operatorların spektral nəzəriyyəsində, harmonik analizdə, qeyri-harmonik Furye sıraları nəzəriyyəsində (qeyri-harmonik analiz), siqnallar nəzəriyyəsində, freymlər nəzəriyyəsində, veyvlet analizdə, obrazların tanınması nəzəriyyəsində və başqa müxtəlif sahələrdə meydana çıxır. Bele istiqamətlərdən biri müxtəlif funksiyalar fəzalarında həyəcanlanmış triqonometrik sistemlərlə aproksimasiyadır. Məsələn, xüsusi oblastlarda bir çox xüsusi törəməli elliptik tip və qarışıq tip tənliklərin həlli zamanı həyəcanlanmış sinus və ya kosinus sistemləri meydana çıxır, bu isə öz növbəsində bu sistemlərin müxtəlif funksiyalar fəzalarında bazislik xassələrinin (tamlıq, minimallıq, bazislik və s.) öyrənilməsini tələb edir.

Son zamanlar (keçən əsrin sonlarından başlayaraq) riyaziyyatın (məs. Yakobi inikasının hamarlıq xassələrini öyrənərkən), mexanika və riyazi fizikanın konkret məsələlərinə tətbiqlə əlaqədar olaraq qeyri standart funksiyalar fəzalarında (məs. dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında, Morri tip fəzalarda, “grand” fəzalarda və s.) müxtəlif məsələlərin öyrənilməsinə olan maraq xeyli artmışdır. Bu istiqamətə bir çox riyaziyyatçıların monoqrafiyaları və icmal işləri həsr olunmuşdur. Bununla yanaşı qarşıda bu fəzalarda approksimasiya məsələlərini öyrənmək dayanır. Bu halda müxtəlif fəzalara nəzərən vəziyyət fərqlidir. Məs., standart funksiyalar sistemləri ilə (məs. triqonometrik sistemlərlə, çoxhədlilərlə, Uolş sistemi ilə və s.) aproksimasiya məslələri Morri tip və “grand” funksiyalar fəzaları ilə müqayisədə dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında yaxşı öyrənilmişdir və bu ənənə hələ də davam etdirilir.

Dissertasiya işi

$$a(t) = |a(t)| e^{i\alpha(t)}, \quad b(t) = |b(t)| e^{i\beta(t)},$$

kompleks əmsallı birqat eksponent sistemin

$$a(t) e^{int} - b(t) e^{-int}, \qquad n \in N, \tag{1}$$

həyəcanlanmış eksponent sistemin

$$\exp[i(nt + \gamma(t) signn)], \; n \in Z, \tag{2}$$

və vahidə malik kosinus sisteminin

$$1 \cup \cos(nt + \gamma(t)), \quad n \in N, \tag{3}$$

harada ki, $\gamma(\cdot)$ ümumilikdə kompleks qiymətli funksiyadır, dəyişən dərəcəli $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$ Lebeq fəzalarında bazislik xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Triqonometrik sistemlər (1)-(3) sistemlərinin xüsusi hallarıdır. (1) ardıcıllığının müxtəlif xüsusi hallarına olan maraq onların tətbiqi xarakterli bir çox məsələlərə tətbiqi ilə bağlıdır. Belə ki, A.V.Biçadze, V.A. Ditkin, S.M.Ponomaryev və E.İ.Moiseyev diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin məsələlərini (1) sisteminin çox xüsusi şəkillərinin aproksimativ xassələrinə baxılmasına gətirdilər.

$\alpha(t)$ $[0,\pi]$ parçasında hissə-hissə Hölder funksiya olduqda $\{\sin(nt - \alpha(t))\}_1^\infty$ sisteminin xüsusi halları hidrodinamika tənliklərinin həlli zamanı rast gəlinir.

S.A.Gabov və P.A.Krutitskinin işlərində dalğaların həyəcanlanması maneənin kiçik rəqsləri nəticəsində baş verdikdə, kanalın dibində yerləşdirilən maneə ilə sabit daxili dalğanın difraksiyası haqqında qeyri-stasionar məsələsəyə baxılır. Beləliklə, $(x;z)$ Dekart koordinatlarında Businesq yaxınlaşmasında eksponensial təbəqələşmiş mayenin z oxu boyunca kiçik ikiölçülü hərəkətlərinin dinamikası Sobolev tənliyi ilə təsvir edilir

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta u + \omega_0^2 u_{xx} = 0; \; \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Baxılan maye aşağıdakı kanalı doldurur:

$$\Omega = \{(x;z) : -\infty < x < +\infty, \; 0 < z < \pi\}.$$

Tutaq ki,

$$I = [0,\pi], \; I_1 = [0,\alpha], \; \Gamma = \{(x;z) : x = 0, \; z \in I\},$$
$$\Gamma_1 = \{(x;z) : x = 0, \; z \in I_1\},$$

Məsələ. $\overline{\Omega} \times [0,\infty)$oblastında təyin olunmuş və kəsilməz, $(\Omega \setminus \Gamma) \times (0,\infty)$ oblastında $\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta u + u_{xx} = 0$ tənliyini və

$u(x;z;0)=u_t(x;z;0)\equiv 0$, $\forall(x;z)\in\Omega$ başlanğıc şərtlərini, Ω kanalının divarlarında $u/_{z=0}=u/_{z=\pi}=0$ və maneədə $u=f(t;z)$ ($f(t;z)\in C_0^{(2)}\left[[0,\infty),C^{(2,\lambda)}(I_1)\right],\lambda\in(0,1]$), sərhəd şərtlərini ödəyən $u(x;z;t)$ funksiyası axtarılır.

Bu məsələnin aşkar həllini qurarkən, verilmiş funksiyanın

$$V_n(z)=\begin{cases}\sin nz, z\in I_1;\\ \cos nz\,, z\in I\setminus I_1.\end{cases}$$

sistemi üzrə ayrılışı tələb olunur. Analoji məsələnin Sobolev fəzalarında həllinin axtarılışı $\{V_n\}_{n\in N}$ sisteminin uyğun funksiyalar fəzalarında bazislik xassələrinin öyrənilməsini zəruri edir.

(1)-(3) sistemlərinin L_p, $1<p<+\infty$, Lebeq fəzalarında bazislik xassələri B.T.Bilalovun işlərində tam öyrənilmişdir. $\alpha\in R-$həqiqi parametr olduqda $p(\cdot)$ dəyişən dərəcəli $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$ Lebeq fəzalarında $\{\sin(n-\alpha)t\}_{n\in N}$ sinus və $\{\cos(n-\alpha)t\}_{n\in Z_+}$ kosinus sistemlərinin bazisliyi B.T.Bilalov və Z.Q.Hüseynovun işlərində öyrənilmişdir. Bunun üçün əvvəlcə $L_{p(\cdot)}(-\pi,\pi)$ fəzalarında $\{\exp i(n-\alpha\, sign n)t\}_{n\in Z}$ eksponent sisteminin bazisliyi öyrənilir, sonra isə bu nəticələrdən istifadə etməklə uyğun sinus və kosinus sistemlərinin bazisliyi üçün şərtlər alınır. $\alpha(\cdot)$- $[-\pi,\pi]$ parçasında hissə-hissə Hölder funksiya olduqda T.R.Muradov $\{\exp i(nt-\alpha(t)sign\, n)\}_{n\in Z}$ eksponent sisteminə baxmış və bu sistemin $L_{p(\cdot)}(-\pi,\pi)$ fəzalarında bazisliyi üçün kafi şərtlər almışdır. $\gamma(t)=\alpha t+\beta sign t$, $\alpha;\beta\in R-$hissə-hissə xətti funksiya olduqda N.P.Nəsibova $\{\exp i(nt+\gamma(t)sign n)t\}_{n\in Z}$ eksponent sisteminə baxmışdır. $\rho(\cdot)$ çəki funksiyası qüvvət şəklində olduqda α və β parametrləri üzərinə kafi şərt tapılmışdır ki, bu şərtlər daxilində $L_{p(\cdot),\rho}(-\pi,\pi)$ çəkili fəzasında bu sistem bazis təşkil edir.

Bu işdə $p(\cdot)$ dəyişən dərəcəli $L_{p(\cdot)}$ Lebeq fəzalarında (1)-(3) sistemlərinə baxılır. $\arg a(t)$, $\arg b(t)$ və $\gamma(t)-$hissə-hissə kəsilməz (əlavə olaraq sonsuz sayda I növ kəsilmə nöqtəsinə malik) funksiya olduğu hala baxılır. Bu sistemlərin bazislik xassələrini öyrənmək üçün analitik funksiyaların Riman sərhəd məsələsi metodu tətbiq olunur. Sadə hallardan fərqli olaraq bizim baxdığımız sərhəd məsələsi xüsusi xassələrə malikdir, məhz məsələnin əmsalı və onun sağ tərəfi müəyyən münasibətləri ödəyir. Bu xüsusiyyət baxılan məsələnin dəyişən dərəcəli Hardi siniflərində həll olunanlığına və eyni zamanda (1)-(3) sisteminin $L_{p(\cdot)}$ fəzalarında bazislik şərtlərinə də təsir edir.

Tədqiqatın obyekti və predmeti.

Dəyişən dərəcəli Lebeq fəzaları, Dəyişən dərəcəli Hardi sinifləri, Riman sərhəd məsələləri, həyəcanlanmış triqonometrik sistemlərin bazisliyi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.

İşin əsas məqsədi dəyişən dərəcəli Hardi siniflərində Karleman sürüşməli Riman sərhəd məsələlərinin həllolunanlığının göstərilməsi və baxılan $p(\cdot)$ dəyişən dərəcəli odinar eksponensial sistemlərin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$ Lebeq fəzalarında bazisliyini təmin edən, məsələnin əmsallarının arqumentlərinin sıçrayışları üzərinə qoyulan zəruri və kafi şərtlərin tapılmasıdır.

Tədqiqat metodları.

İşdə istifadə olunan metod A.V.Bitsadzenin bir məqaləsinə əsaslanır. Bu metodun məğzi ondan ibarətdir ki, ilkin məsələnin həlli müvafiq analitik funksiyalar sinfində bir qoşma məsələnin həllinə gətirilir. Bu metod vaxtilə S.M.Ponomaryov, E.İ.Moiseyev, A.N.Barmenkov, Q.Q.Devdariani, B.T.Bilalov və başqaları tərəfindən uğurla istifadə olunmuşdur. İşdə istifadə olunan metod B.T.Bilalov tərəfindən təklif olunmuş metodun ümumiləşməsidir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Dissertasiya işinin fəsil 1-i əsas nəticələrin alınması üçün hazırlıq xarakterlidir. Bu fəsildə dəyişən dərəcəli Lebeq fəzaları və Hardi sinifləri təyin olunur və onların əsas xassələri verilir. Vahid çevrədə Karleman sürüşməsinə malik xüsusi şəkilli Riman sərhəd məsələsinə baxılır, onun baxılan Hardi siniflərində həll olunanlığı üçün əmsal üzərinə kafi şərtlər tapılır.

Fəsil 2-də birinci fəsildə alınan nəticələrin odinar eksponent sistemlərin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$ dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında bazisliyinin öyrənilməsi məsələlərinə tətbiq olunur. Bu sistemlər diferensial tənliklər nəzəriyyəsində əmələ gələn həyəcanlanmış sinus və kosinus sistemlərinin ümumiləşməsidir.

Əlavədə H_p^+ siniflərində Riss teoreminin bir analoquna baxılır, məhz onun $(-\pi,\pi)$ intervalında ixtiyari ölçülən alt çoxluğuna görə də doğru olduğu isbat olunur.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- məsələnin əmsalının yarımçevrədə müəyyən şərt ödədiyi halda bircins Riman məsələsinə baxılır və bu məsələnin ümumi həlli qurulur;

- məsələnin əmsalının və sağ tərəfinin yarımçevrədə müəyyən şərtlər ödədiyi halda qeyri-bircins Riman məsələsinə baxılır və bu məsələnin dəyişən dərəcəli Hardi siniflərində həllolunanlığı üçün kafi şərt tapılır;

- $\arg a(t)$ və $\arg b(t)$-nin $[0,\pi]$-də sonsuz sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik olduğu halda kompleks əmsallı odinar (1) eksponensial sisteminə baxılır və $\arg a(t)-\arg b(t)$ funksiyasının sıçrayışları üzərinə bu sistemin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$-də bazisliyini təmin edən zəruri və kafi şərt tapılır;

- $[-\pi,\pi]$ parçasında tək olan və sonsuz sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik ola bilən hissə-hissə kəsilməz $\gamma(\cdot)$ fazalı (2) eksponensial sisteminə baxılır və $\gamma(\cdot)$ funksiyasının sıçrayışları üzərinə bu sistemin $L_{p(\cdot)}(-\pi,\pi)$-də bazisliyini təmin edən kafi şərt tapılır;

- hissə-hissə kəsilməz $\gamma(\cdot)$ fazalı (3) kosinuslar sisteminə baxılır və, (2) eksponensial sistemi üçün alınmış nəticələrdən istifadə edərək, (3) sisteminin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$-də bazisliyi üçün zəruri və kafi şərt tapılır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Dissertasiyada alınan nəticələr bəzi hidrodinamika məsələlərinin aşkar həllinin qurulmasında, öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində, approksimasiya nəzəriyyəsində, qeyri-harmonik Furye sıraları nəzəriyyəsində və digər sahələrdə istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi.

Dissertasiyanın əsas nəticələri AMEA RMİ-nın "Qeyri-harmonik analiz" şöbəsinin seminarında (AMEA-nın müxbir üzvü, professor B.T.Bilalov), 7-th International Conference on "Mathematical Analysis, Differential Equation & Their Applications MADEA-7 (2015, Bakı), International Workshop on "Non-harmonic Analysis and Differential Operators (2016, Bakı), International conference on Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics (2019, Bakı) və 4-th International Conference on Mathematical Advances and Application (2021, Istanbul)-da məruzə edilmişdir.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

İddiaçının nəşrləri.

Müəllifin 6 elmi işi Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK tərəfindən tövsiyə edilən elmi nəşrlərdə çapdan çıxmış (bunların 3-ü SCOPUS, 1-i isə Zentralblatt MATH tərəfindən indekslənən jurnallarda), 5 işi isə müxtəlif konfrans materiallarında (bunların 5-i beynəlxalq konfrans olmuşdur, 2-si xaricdə olmaqla) işıq üzü görmüşdür.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işinin ümumi həcmi ~ 201489 işarə (titul – 395 işarə, mündəricat ~1094 işarə, giriş ~ 56000 işarə, I fəsil ~ 60000 işarə, II fəsil ~ 82000 işarə, nəticələr – 4000 işarə). Ədəbiyyat siyahısı 97 addan ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Dissertasiya giriş, iki fəsil və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılmış, işin məzmunu ilə bağlı nəticələrin qısa xülasəsi verilmiş və əsas nəticələr şərh olunmuşdur.

Birinci fəsil dəyişən dərəcəli Hardi siniflərində xüsusi Riman sərhəd məsələlərinin həllolunanlığının öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Əvvəlcə məsələnin əmsalı $[-\pi,\pi]$ aralığında konkret şərt ödədikdə bircins Riman məsələsinə baxılır, başqa sözlə desək, əmsalın $(-\pi,0)$ aralığında qiyməti onun elə $(0,\pi)$ aralığında olan qiyməti vasitəsilə xüsusi şəkildə təyin olunur. Əmsalın arqumentinin sonsuz sayda birinci növ kəsilmə nöqtəsinə malik ola bilməsi fərz olunur. Əmsalın arqumenti üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla bircins Riman məsələsinin ümumi həlli qurulur. Sadə haldan fərqli olaraq, əmsalın xüsusi şəkli əmsalın arqumenti üzərinə olan şərti genişləndirməyə icazə verir. Sonra isə məsələnin əmsalı və onun sağ tərəfi xüsusi şərtlər ödədikdə qeyri-bircins Riman məsələsinə baxılır. Sağ tərəf $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$ fəzasına aid olduğu halda dəyişən dərəcəli Hardi siniflərində qeyri-bircins məsələnin həllolunanalığı üçün kafi şərt tapılır. Bu şərtlər məsələnin əmsalı və onun sağ tərəfi bütün $[-\pi,\pi]$ parçasında sərbəst (müstəqil) təyin olunduğu haldan fərqlənir.

1.1-də standart işarələmələr, bazislər nəzəriyyəsinin əsas anlayışları, eləcə də Koşi tipli inteqrallar nəzəriyyəsindən bəzi faktlar yer alır.

İşdə bizə dəyişən dərəcəli Lebeq fəzaları nəzəriyyəsindən bəzi faktlar lazım olacaq. Tutaq ki, $p:[-\pi,\pi]\to[1,+\infty)$ Lebeq mənada ölçülən bir funksiyadır. $[-\pi,\pi]$-də Lebeq mənada ölçülən bütün funksiyalar sinfini $\mathcal{L}_0$ ilə əşarə edək. Aşağıdakı işarələməni də qəbul edək:

$$I_p(f)\stackrel{def}{\equiv}\int_{-\pi}^{\pi}|f(t)|^{p(t)}dt.$$

Fərz edək ki,

$$\mathcal{L} \equiv \left\{ f \in \mathcal{L}_0 : I_p(f) < +\infty \right\}.$$

Funkisiyaların toplanması və ədədə vurulması kimi adi xətti əməliyyatlara nəzərən, $p^+ = \sup\underset{[-\pi,\pi]}{vrai}\, p(t) < +\infty$ olduqda $\mathcal{L}$ xətti fəzaya çevrilir.

$$\|f\|_{p(\cdot)} \overset{def}{\equiv} \inf\left\{ \lambda > 0 : I_p\left(\frac{f}{\lambda}\right) \le 1 \right\}$$

normasına nəzərən $\mathcal{L}$ Banax fəzasıdır, bu halda onu $L_{p(\cdot)}$ kimi işarə edəcəyik. Tutaq ki,

$$WL \overset{def}{\equiv} \Big\{ p : p(-\pi) = p(\pi); \exists C > 0, \quad \forall t_1, t_2 \in [-\pi, \pi] : |t_1 - t_2| \le \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |p(t_1) - p(t_2)| \le \frac{C}{-\ln|t_1 - t_2|} \Big\}.$$

$q(\cdot)$ ilə hər yerdə $p(\cdot)$ funksiyasının qoşması işarə olunur: $\frac{1}{p(t)} + \frac{1}{q(t)} \equiv 1$.

Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək:

$$p^- = \inf\underset{[-\pi,\pi]}{vrai}\, p(t), \; p^+ = \sup\underset{[-\pi,\pi]}{vrai}\, p(t).$$

Çəkili $H^{\pm}_{p(\cdot),\rho}$ Hardi siniflərini təyin edək. $H^+_{p_0}$ ilə adi Hardi sinfini işarə edək, harada ki $p_0 \in [1, +\infty)$ - müəyyən ədəddir.

Tutaq ki,

$$H^{\pm}_{p(\cdot),\rho} \equiv \left\{ f \in H_1^+ : f^+ \in L_{p(\cdot),\rho}(\partial\omega) \right\},$$

harada ki f^+-lar $f(\cdot)$-in $\partial\omega$-da toxunmayan sərhəd qiymətləridir.

$C \setminus \overline{\omega}$ -də analitik olan və sonsuzluqda $k \le m$ dərəcəsinə malik olan funksiyaların çəkili ${}_mH^-_{p(\cdot),\rho}$ Hardi sinfi klassik hala analoji olaraq təyin olunur. Tutaq ki, $f(z)$ - $C \setminus \overline{\omega}$ -də analitik olan və sonsuzluqda $k \le m$ dərəcəsinə malik olan bir funksiyadır, yəni

$$f(z) = f_1(z) + f_2(z),$$

harada ki $f_1(z)$ - $k \le m$ dərəcəli çoxhədli, $f_2(z)$ isə $f(z)$-in sonsuz uzaq nöqtənin ətrafında Loran sırasına ayrılışının düzgün hissəsidir. Əgər $\varphi(z) \equiv \overline{f_2\left(\frac{1}{\overline{z}}\right)}$ funksiyası $H^+_{p(\cdot),\rho}$ sinfinə daxildirsə, onda deyəcəyik ki, $f(z)$ funksiyası ${}_mH^-_{p(\cdot),\rho}$ sinfinə daxildir.

$H^+_{p(\cdot),\rho} \times {}_mH^-_{p(\cdot),\rho}$ siniflərində aşağıdakı Riman məsələsinə baxaq:

$$F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = f(\tau), \tau \in \partial\omega, \tag{4}$$

harada ki $f \in L_{p(\cdot),\rho}$ - hər hansı funksiyadır. (4) məsələsinin həlli dedikdə sərhəd qiymətləri (4) bərabərliyini $\partial\omega$-da sanki hər yerdə ödəyən $(F^+(z); F^-(z)) \in H^+_{p(\cdot),\rho} \times {}_mH^-_{p(\cdot),\rho}$ analitik funksiyalar cütünü başa düşəcəyik.

Bizə həmçinin sürüşməli qoşma məsələ anlayışı lazım olacaq. Tutaq ki, $\partial\omega$ - vahid çevrə, $\eta : \partial\omega \leftrightarrow \partial\omega$ isə hər hansı sürüşmədir. $\partial\omega$-da sürüşmə dedikdə $\partial\omega$-nın özü-özünə qarşılıqlı tərs və kəsilməz inikasını başa düşəcəyik. $\partial\omega$-da istiqamət dedikdə müsbət istiqamət, yəni vahid kürənin solunda qaldığı istiqaməti başa düşəcəyik. İstiqamətlərini dəyişən sürüşmələrə adətən Karleman sürüşmələri deyilir. Deməli, sürüşmələr iki növə ayrılır: Karleman sürüşmələri və qeyri-Karleman sürüşmələri.

Tutaq ki, $\eta : \partial\omega \to \partial\omega$ - hər hansı Karleman sürüşməsidir. Aşağıdakı sürüşməli qoşma məsələyə baxaq:

$$F_1^+(\tau) - G(\tau)F_2^+(\eta(\tau)) = g(\tau), \tau \in \partial\omega. \tag{5}$$

(5) məsələsinin $H_p^+ \times H_p^+$ Hardi siniflərində həlli dedikdə, toxunmayan sərhəd qiymətləri (5) münasibətini $\partial\omega$-da sanki hər yerdə ödəyən $(F_1; F_2) \in H_p^+ \times H_p^+$ funksiyalar cütünü başa düşəcəyik.

1.2 -də əmsalı sonsuz sayda kəsilmələrə malik olan xüsusi bircins Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Məsələnin əmsalı üzərinə bəzi şərtlər daxilində, bu məsələnin nöterliyi isbat edilir və dəyişən dərəcəli Hardi siniflərində ümumi həll qurulur.

Tutaq ki, $a(\cdot)$ və $b(\cdot)$ funksiyaları aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

i) $a^{\pm 1}(\cdot); b^{\pm 1}(\cdot) \in L_{\infty}(0,\pi)$;

ii) $\alpha(\cdot); \beta(\cdot)$ - müvafiq olaraq $\{t_k\}_{k\in N}$ və $\{\tau_k\}_{k\in N}$ kəsilmə nöqtələrinə malik, $(0,\pi)$-də hissə-hissə kəsilməz funksiyalardır. Fərz edək ki, $\{\tilde{s}_k\} \equiv \{t_k\} \cup \{\tau_k\}$ çoxluğu yeganə $\tilde{s}_0 \in (0,\pi)$ limit nöqtəsinə malik ola bilər və $\tilde{\theta}(t) \equiv \beta(t) - \alpha(t)$ funksiyası $\tilde{s}_0$ nöqtəsində sağdan və soldan sonlu limitlərə malikdir.

iii) $\sum_{k=1}^{\infty} |h(\tilde{s}_k)| < +\infty$, harada ki $h(\tilde{s}_k) = \tilde{\theta}(\tilde{s}_k - 0) - \tilde{\theta}(\tilde{s}_k + 0)$ - $\tilde{\theta}(\cdot)$ funksiyasının $\tilde{s}_k$ nöqtələrindəki sışrayışlarıdır.

iv) $\{\tilde{h}_i\}$ sıçrayışları $\left(\frac{\tilde{h}(\tilde{s}_i)}{2\pi} + \frac{1}{p(\tilde{s}_i)} \right) \notin Z, \ \forall i \in N$, münasibətini ödəyirlər.

Belə bir funksiya təyin edək:

$$G(e^{it}) = \begin{cases} b(t) a^{-1}(t), 0 < t < \pi, \\ \\ a(-t) b^{-1}(-t), -\pi < t < 0. \end{cases}$$

$H^{+}_{p(\cdot)} \times_m H^{-}_{p(\cdot)}$ siniflərində aşağıdakı bircins Riman sərhəd məsələsinə baxaq:

$$F^{+}(\tau) + G(\tau) F^{-}(\tau) = 0, \quad \tau \in \partial\omega .$$

$\theta(t) = \arg G(e^{it})$ işarə edək. Fərz edək ki, aşağıdakı bərabərsizliklər ödənir:

$$-\frac{2\pi}{p(s_i)} < \tilde{h}_i < \frac{2\pi}{q(s_i)}, \ i = \overline{1,\infty} \ ,$$

$$-\frac{\pi}{p(0)} < \alpha(0) - \beta(0) < \frac{\pi}{q(0)}. \tag{6}$$

Aşağıdakı lemma doğrudur:

Lemma 1. *Tutaq ki,* $\{\tilde{s}_k\} \subset [-\pi, \pi]$ *- yalnız bir* $\tilde{s}_0 \in (-\pi, \pi)$ *limit nöqtəsinə malik ola bilən müxtəlif nöqtələr çoxluğudur,* $\{\tilde{h}_k\}$ *ədədlər çoxluğu isə iii) şərtini və (6) bərabərsizliklərini ödəyir. Onda*

$$\psi(s) = \prod_{k=0}^{\infty} \left\{ \sin \left| \frac{s - \tilde{s}_k}{2} \right| \right\}^{\frac{h(\tilde{s}_k)}{2\pi}}, \quad s_0 = 0,$$

sonsuz hasili $L_{p(\cdot)}(-\pi, \pi)$ *fəzasına daxildir.*

Aşağıdakı $X_1(\cdot)$ funksiyalarına baxaq, hansılar ki vahid ω dairəsinin daxilində («+» işarəsi ilə) və xaricində («-» işarəsi ilə) analitikdirlər:

$$X_1(z) = \exp\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln\left|G(e^{it})\right| \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} dt \right\},$$

$$X_2(z) = \exp\left\{ \frac{i}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta(t) \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} dt \right\}.$$

Aşağıdakı funksiyanı təyin edək:

$$Z_k(z) \equiv \begin{cases} X_k(z), & |z| < 1, \\ \left[X_k(z)\right]^{-1}, & |z| > 1, \; k = 1,2; \end{cases}$$

və

$$Z(z) = Z_1(z) Z_2(z)$$

işarə edək. $Z(\cdot)$ funksiyasına

$$F^+(\tau) - G(\tau) F^-(\tau) = 0, \quad \tau \in \partial\omega, \tag{7}$$

bircins məsələsinin kanonik həlli deyəcəyik.

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur:

Teorem 1. *Tutaq ki, (7) məsələsinin əmsalı* $G(e^{it})$*-yə nəzərən i)-iii) şərtləri ödənir,* $p \in WL, 1 < p^- \le p^+ < +\infty$ *və* $\arg G(e^{it})$

funksiyasının $\{h_k\}_0^\infty$ *sıçrayışları*

$$\left.\begin{array}{l} -\dfrac{1}{q(s_k)} < \dfrac{h_k}{2\pi} < \dfrac{1}{p(s_k)} \quad , \quad k \in N; \\ \\ -\dfrac{1}{q(\pi)} < \dfrac{h_0}{2\pi} < \dfrac{1}{p(\pi)} \ , \end{array}\right\}$$

bərabərsizliklərini ödəyirlər. Onda (7) bircins Riman məsələsinin $\left(H^+_{p(\cdot)};\, {}_mH^-_{p(\cdot)}\right)$ *siniflərindəki ümumi həlli* $F(z) \equiv Z(z)P_m(z)$ *şəklindədir, harada ki* $Z(z)$ *- bircins məsələnin kanonik həlli,* $P_m(z)$ *isə* $\leq m$ *dərəcəli ixtiyari çoxhədlidir..*

1.3 -də analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin (1) sisteminə adaptə edilmiş qeyri-bircins Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Sərhəd məsələsinin əmsalının arqumentinin vahid çevrədə hissə-hissə kəsilməz olduğu və sonsuz sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik ola bildiyi hala baxılır. Arqumentin müvafiq sıçrayışları üzırinə qoyulmuş müəyyən şərtlər daxilində, qeyri-bircins Riman məsələsinin dəyişən dərəcəli ümumiləşmiş Hardi siniflərində həllolunanlığı tədqiq edilir.

Aşağıdakı qeyri-bircins Riman məsələsinə baxaq:

$$\begin{cases} F^+(\tau) + G(\tau)F^-(\tau) = \Psi(\tau), \quad \tau \in \gamma, \\ \\ F(\infty) = 0, \end{cases} \tag{8}$$

harada ki

$$\Psi(t) = \begin{cases} A^{-1}(t)\psi(t), \ \ t \in (0,\pi), \\ \\ -B^{-1}(-t)\psi(-t), \ t \in (-\pi, 0), \end{cases}$$

$\psi \in L_{p(\cdot)}(0,\pi)$ isə hər hansı funksiyadır. Fərz edək ki, aşağıdakı bərabərsizliklər ödənir:

$$-\frac{1}{q(s_k)}<\frac{h_k}{2\pi}<\frac{1}{p(s_k)}, \forall k;$$

$$-\frac{1}{p(\pi)}<\frac{\beta(\pi)-\alpha(\pi)}{\pi}<\frac{1}{q(\pi)}. \tag{9}$$

Aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur:

Teorem 2. *Tutaq ki, $p \in WL \wedge p^{-}>1$ və $a(\cdot), b(\cdot)$ funksiyaları i)-iii) şərtlərini ödəyirlər. Əgər (9) bərabərsizlikləri və*

$$\frac{1}{p(0)}-2<\frac{\beta(0)-\alpha(0)}{\pi}<\frac{1}{p(0)},$$

$$-\frac{1}{p(\pi)}<\frac{\beta(\pi)-\alpha(\pi)}{\pi}<-\frac{1}{p(\pi)}+2,$$

münasibətləri ödənirsə, onda

$$F(z)=\frac{Z(z)}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\Psi(\sigma)}{Z^{+}\left(e^{i\sigma}\right)}\frac{d\sigma}{1-e^{i\sigma}z}$$

Koşi tipli inteqralı (8) Riman məsələsinin $H_{p(\cdot)}^{+}\times_{-1} H_{p(\cdot)}^{-}$ siniflərində həllidir.

İkinci fəsil bütövlüklə (1)-(3) sistemlərinin dəyişən $p(\cdot)$ dərəcəli $L_{p(\cdot)}$ Lebeq fəzalarında bazis xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Öncə $[0,\pi]$ parçasında kompleks $a(t)$ və $b(t)$ əmsallı (1) odinar eksponensial sisteminə baxılır.

Fərz olunur ki, $\arg a(t)$ və $\arg b(t)$ funksiyaları $(0,\pi)$-də sonsuz sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik ola bilər. (1) sisteminin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$-də bazisliyi məsələsi dəyiçən dərəcəli Hardi siniflərində xüsusi Riman sərhəd məsələsinin həllolunanlığına gətirilir. Baxılan sərhəd məsələsinə birinci fəsildə alınan nəticələr tətbiq olunur və $\arg a(t)-\arg b(t)$ funksiyasının sıçrayışları üzərinə (1) sisteminin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$-də bazisliyini təmin edən zəruri və kafi şərt alınır. Bu nəticələr (1) sisteminin xüsusi hallarına tətbiq olunur.

2.1 -də kompleks əmsallı odinar eksponensial sistemə baxılır. Tutaq ki, aşağıdakı odinar eksponensial sistem verilib:

$$v_n(t) \equiv a(t)e^{int} - b(t)e^{-int}, n \in N,$$

harada ki $a(\cdot); b(\cdot): [0, \pi] \to C$ əmsalları kompleks qiymətlər alır. Fərz edək ki, hər hansı n_0 üçün

$$\frac{1}{p(0)} + 2(n_0 - 1) < \frac{\beta(0) - \alpha(0)}{\pi} < \frac{1}{p(0)} + 2n_0 \tag{10}$$

bərabərsizliyi ödənir. iv) şərtindən istifadə edərək,

$$-\frac{1}{p(s_i)} < \frac{h(s_i)}{2\pi} + n_i - n_{i-1} < \frac{1}{q(s_i)}, i = \overline{1, r}, \tag{11}$$

münasibətlərindən $n_i, i = \overline{1, r},$ tam ədədlərini təyin edək.

Aşağıdakı əsas teorem doğrudur:

Teorem 3. *Tutaq ki, $\{v_n\}_{n \in N}$ sisteminin $a(\cdot)$ və $b(\cdot)$ əmsalları i)-iv) şərtlərini ödəyir, $\{n_i\}_1^r$ tam ədədləri isə (10), (11) münasibətlərindən təyin olunur. Fərz edək ki,*

$$\frac{\beta(\pi) - \alpha(\pi)}{2\pi} + \frac{1}{2p(\pi)} \notin Z$$

münasibəti doğrudur. Onda,

$$-\frac{1}{p(\pi)} + 2n_r < \frac{\beta(\pi) - \alpha(\pi)}{\pi} < -\frac{1}{p(\pi)} + 2(n_r + 1)$$

bərabərsizliyi ödənirsə, $\{v_n\}_{n \in N}$ sistemi $L_{p(\cdot)}(0, \pi)$-də bazis təşkil edir. Həm də,

$$\beta(\pi) - \alpha(\pi) < -\frac{\pi}{p(\pi)} + 2n_r \pi$$

bərabərsizliyi ödənirsə, $\{v_n\}_{n \in N}$ sistemi $L_{p(\cdot)}(0, \pi)$-də tam deyil, amma minimaldır. Əgər

$$\beta(\pi) - \alpha(\pi) > -\frac{\pi}{p(\pi)} + 2(n_r + 1)\pi$$

bərabərsizliyi ödənirsə, bu sistem $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$-də tam, amma minimal deyil.

2.2 -də $[-\pi,\pi]$-parçasında hissə-hissə kəsilməz və tək $\gamma(t)$ fazalı (2) eksponensial sisteminə baxılır. 2.1 bölümünün nəticələrindən istifadə edərək, bu sistemin $L_{p(\cdot)}(-\pi,\pi)$ fəzalarında bazisliyinin zəruri və kafi şərti tapılır.

Aşağıdakı eksponensial sistemə baxaq:

$$\varphi_n(\theta) \equiv \exp[i(n\theta - \operatorname{sgn} n\,\alpha(\theta))], \quad n = \pm 1, \pm 2, ..., \tag{12}$$

harada ki $\alpha(\theta)$ - $[-\pi,\pi]$ parçasında hissə-hissə kəsilməz tək funksiyadır, yəni $\alpha(-\theta) = -\alpha(\theta)$, $\forall \theta \in [-\pi,\pi]$. Tutaq ki, $\{t_k\}_1^\infty$ - $\alpha(\theta)$ funksiyasının $(0,\pi)$-dəki birinci növ kəsilmə nöqtələri çoxluğudur, və bu çoxluq yeganə $t_0 \in (0,\pi)$ limit nöqtəsinə malikdir. Fərz edək ki, $\alpha(\theta)$ funksiyası t_0 nöqtəsində sağdan və soldan sonlu limitlərə malikdir. Bundan başqa, fərz edək ki,

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\alpha(t_k + 0) - \alpha(t_k - 0)| < +\infty \tag{13}$$

bərabərsizliyi ödənir.

Tutaq ki,

$$\frac{\alpha(t_i - 0) - \alpha(t_i + 0)}{\pi} \neq -\frac{1}{p(t_i)} + k, \quad i = \overline{1,\infty}, \tag{14}$$

münasibəti ixtiyari tam k ədədi üçün ödənir. Fərz edək ki, hər hansı tam n_0 üçün

$$\frac{\pi}{2p(0)} + \left(n_0 - \frac{1}{2}\right)\pi < \alpha(0) < \frac{\pi}{2p(0)} + n_0\pi \tag{15}$$

münasibəti ödənir. r ilə elə nömrəni işarə edək ki, bu nömrədən sonra aşağıdakı şərtlər ödənir:

$$-\frac{\pi}{p(t_k)} < \alpha(t_k - 0) - \alpha(t_k + 0) < \frac{\pi}{q(t_k)},$$

$k = \overline{r, \infty}$. $\{t_i\}$, $i = \overline{1, r}$, çoxluğunun elementlərini artan sıra ilə yenidən nömrələyək və yeni çoxluğu $\{t_i\}_1^r$, $0 < t_1 < \ldots < t_r < \pi$, ilə işarə edək. n_i, $i = \overline{1, r}$, tam ədədlərini aşağıdakı şərtlərdən müəyyən edək:

$$-\frac{1}{p(t_i)} < \frac{\alpha(t_i - 0) - \alpha(t_i + 0)}{\pi} + n_i - n_{i-1} < \frac{1}{q(t_i)}, \quad i = \overline{1, r}. \quad (16)$$

Teorem 4. *Tutaq ki,* $\alpha(t)$ - $[-\pi, \pi]$ *parçasında həqiqi, hissə-hissə kəsilməz, tək funksiyadır, və (13)-(15) şərtləri bu funksiyanın kəsilmə nöqtələrinə nəzərən ödənir.* n_i, $i = \overline{1, r}$, *tam ədədləri isə (15) və (16) şərtlərindən müəyyən olunur. Bundan başqa, tutaq ki,*

$$\alpha(\pi) \neq -\frac{\pi}{2p(\pi)} + \left(n_r + \frac{1}{2}\right)\pi$$

şərti ödənir. Onda, eksponensial (12) sisteminin $L_{p(\cdot)}(-\pi, \pi)$ *fəzasında bazis təşkil etməsi üçün kafi şərt odir ki,*

$$-\frac{\pi}{2p(\pi)} + \left(n_r + \frac{1}{2}\right)\pi < \alpha(\pi) < -\frac{\pi}{2p(\pi)} + (n_r + 1)\pi$$

bərabərsizliyi ödənsin. Həm də,

$$\alpha(\pi) < -\frac{\pi}{2p(\pi)} + \left(n_r + \frac{1}{2}\right)\pi$$

bərabərsizliyi ödənirsə, (12) sistemi $L_{p(\cdot)}(-\pi, \pi)$*-də tam deyil, amma minimaldır. Əgər*

$$\alpha(\pi) \geq -\frac{\pi}{2p(\pi)} + (n_r + 1)\pi$$

bərabərsizliyi ödənirsə, bu sistem $L_{p(\cdot)}(-\pi, \pi)$*-də tam, amma minimal deyil.*

2.3 -də hissə-hissə kəsilməz fazalı həyəcanlanmış kosinuslar sisteminə baxılır. Fazanın sıçrayışları üzərinə bu sistemin ümumiləşmiş Lebeq fəzalarında bazisliyini təmin edən kafi şərtlər tapılır.

2.4 -də vahid çevrənin ixtiyari ölçülən altçoxluğuna nəzərən, Hardi sinfindən olan funksiyalar üçün Riss teoremi isbat olunur.

Son olaraq, müəllif elmi rəhbəri, AMEA müxbir üzvü, professor B.T.Bilalova məsələnin qoyuluşu və işin yerinə yetirilməsini daim diqqət altında saxladığı üçün dərin minnətdarlığını bildirir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi ümumilikdə kompleks əmsallı odinar eksponensial sistemin, həyəcanlanmış eksponensial sistemin və kosinuslar sisteminin dəyişən dərəcəli Lebeq fəzalarında bazis xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunub.

İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- məsələnin əmsalının yarımçevrədə müəyyən şərt ödədiyi halda bircins Riman məsələsinə baxılır və bu məsələnin ümumi həlli qurulur;

- məsələnin əmsalının və sağ tərəfinin yarımçevrədə müəyyən şərtlər ödədiyi halda qeyri-bircins Riman məsələsinə baxılır və bu məsələnin dəyişən dərəcəli Hardi siniflərində həllolunanlığı üçün kafi şərt tapılır;

- $\arg a(t)$ və $\arg b(t)$-nin $[0,\pi]$-də sonsuz sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik olduğu halda kompleks əmsallı odinar (1) eksponensial sisteminə baxılır və $\arg a(t)-\arg b(t)$ funksiyasının sıçrayışları üzərinə bu sistemin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$-də bazisliyini təmin edən zəruri və kafi şərt tapılır;

- $[-\pi,\pi]$ parçasında tək olan və sonsuz sayda birinci növ kəsilmə nöqtələrinə malik ola bilən hissə-hissə kəsilməz $\gamma(\cdot)$ fazalı (2) eksponensial sisteminə baxılır və $\gamma(\cdot)$ funksiyasının sıçrayışları üzərinə bu sistemin $L_{p(\cdot)}(-\pi,\pi)$-də bazisliyini təmin edən kafi şərt tapılır;

- hissə-hissə kəsilməz $\gamma(\cdot)$ fazalı (3) kosinuslar sisteminə baxılır və, (2) eksponensial sistemi üçün alınmış nəticələrdən istifadə edərək, (3) sisteminin $L_{p(\cdot)}(0,\pi)$-də bazisliyi üçün zəruri və kafi şərt tapılır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Наджафов, Т.И, Алескеров, М.И. Об одной задаче Римана в обобщенных классах Харди // Нахчыванский Государственный Университет, Научные труды, сер. физ. мат и техн. наук. №9 (65), -2015. с. 3-12.
2. Najafov, T.I., Aleskerov, M.I. On a Riemann problem in a generalized Hardy classes // 7-th International Conference on "Mathematical Analysis, Differential Equations and Their Applications", MADEA -7, -Baku: - 08-13 September, -2015, -p. 126
3. Mirzoyev, V.S., Aleskerov, M.I. On a special nonhomogeneous Riemann problem in generalized Hardy classes.// International Journal of Mathematical Analysis -2016. v. 10, № 20, pp. 965 – 979
4. Quliyeva, A.A., Alasgarov, M. On the solvability of the homogeneous Riemann problem // International Workshop on "Non-harmonic Analysis and Differential Operators, - Baku: -25-27 May, -2016, -pp. 93-94
5. Bilalov, B.T., Huseynli, A.A., Aleskerov, M.I. On the basicity of unitary system of exponents in the variable exponent Lebesgue spaces // -Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, issue Mathematics, -2017. v. XXXVII, № 1, - pp. 1-14
6. Bilalov, B.T., Yusuf Zeren, Aleskerov, M.I. On weighted Zorko subspaces and Riesz type theorems for analytic functions // -Baku: The reports of National Academy of Sciences of Azerb., -2018. v. LXXIV, - pp. 18-21
7. Касумов, З.А., Алескеров, М.И. О базисности возмущенной системы косинусов в обобщенных пространствах Лебега // “Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics” Conference International conference, -Baku: Khazar university, -10-14 June, -2019, -p.167-168.
8. Aleskerov, M.I. An analogue of the Riesz theorem in Hardy-Morrey classes // -Baku: Transactions of ANAS. Series of Physical - Technical and Mathematical Sciences, -2020. v. 40, №1, -pp. 54-60

9. Aleskerov, M.I. On basicity of a perturbed system of cosines with unit in generalized Lebesgue spaces // Journal of Contemporary Applied Mathematics, -2020., v. 10, № 1, - pp. 46-57.
10. Aleskerov, M.I. On basis properties of a perturbed system of cosines in generalized Lebesgue spaces // 4th International E-Conference on “Mathematical Advances and its Applications”, -Istanbul,- Turkey: -26-29 May, -2021, -p. 144
11. Aleskerov, M.I. An analogue of the Riesz theorem in Hardy-Morrey classes // 4th International E-Conference on Mathematical Advances and its Applications, -Istanbul, Turkey: -26-29 May,-2021, -p. 145.

Dissertasiyanın müdafiəsi **24 iyun 2022-ci il** tarixində **14^{00}-da** AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **23 may 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 13.05.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 36580
Tiraj: 30