AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

MÜRƏKKƏB CƏM PROSESLƏRİNİN VƏ ONLARIN SƏRHƏD FUNKSİYANALLARININ PAYLANMALARININ TƏDQİQİ

İxtisas: 1208.01 "Ehtimal nəzəriyyəsi"

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Elbrus Məlik oğlu Neymanovun**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2021

Dissertasiya işi AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitunun "Idarəetmənin ehtimal üsulları" laboratoriyasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:	texnika elmləri doktoru, professor **Tamilla Hilal qızı Nəsirova**
Rəsmi opponentlər:	Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Fəda Hənnan oğlu Rəhimov**
	Fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,dosent **Tofiq Mövsüm oğlu Əliyev**
	Fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,dosent **Təranə Əbülfəz qızı Əliyeva**

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:	riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Qalina Yuriyevna Mehdiyeva**
Dissertasiya şurasının elmi katibi:	riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent **Elxan Nəriman oğlu Səbziyev**
Elmi seminarın sədri:	riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Soltan Əli oğlu Əliyev**

İŞİN ÜMUMİ TƏSVİRİ

Mövzunun aktuallığı və inkişaf dərəcəsi. Təqdim olunan dissertasiya işi asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətlərin cəmlərindən qurulmuş təsadüfi dolaşmalara və əksetdirən ekranlı proseslərin araşdırılmasına həsr edilmişdir. Bu cür proseslərə əks etdirən ekranlı semi- Markov dolaşma prosesləri deyəcəyik.

Bir tərəfdən tətbiqlərə ehtiyac - etibarlılıq nəzəriyyəsi, kütləvi xidmət nəzəriyyəsi, ehtiyatların idarəetmə nəzəriyyəsi, sığorta nəzəriyyəsi, hərbi işlər və s. digər tərəfdən, ehtimal nəzəriyyəsinin inkişafının daxili məntiqi, sıçrayışa bənzər Markov proseslərindən daha mürəkkəb olan proseslərin öyrənilməsini tələb etmişdir. Ona görə də baxılan dissertasiya işində sıfırda əksetdirən ekranlı semi-Markov dolaşma prosesi kimi mürəkkəb cəm proseslərinin tədqiqatı təklif olunmuşdur. Bu işlərə maraq onların geniş praktik tətbiqi ilə əlaqədardır. Hal-hazırda bu modelin intensiv tədqiqatı aparılır və praktikada geniş istifadə olunan maraqlı nəticələr əldə edilmişdir.

Bu istiqamətdə A.V.Skoroxod, B.P.Harlamov, V.S.Korolyuk, A.F.Turbin, V.M.Şurenkov, A.A. Borovkov, V.V.Qusak, T.I.Nəsirova, T.A.Xaniev və başqaları tərəfindən mühüm nəticələr əldə edilmişdir. Bu məsələlərdə fiziki proseslər Markov prosesləri, semi-Markov dolaşmalari və bunlardan sadə çevrilmələrlə alınan, məsələn gecikdirən ekranının olması əlavə edilərək təsvir olunur. Ehtimal nəzəriyyəsi metodlarından istifadə edilərək öyrənilən real proseslər təbiətinə görə təsadüfi hadisələrin növbələşməsi ilə əlaqədardır. Eyni zamanda Markov prosesində sistemin müəyyən bir vəziyyətdə qalma müddəti yalnız bu vəziyyətdən asılıdır və mütləq eksponensial paylanmaya malikdir. Real həyatda isə sistemin müəyyən bir vəziyyətdə qalma müddəti, yalnız bu vəziyyətdən yox ,həmdə sistemin gedəcəyi vəziyyətdən də asılıdır və sistemin bir vəziyyətdə qalma müddətinin paylanma qanunu, ixtiyarı ola bilər. Buna görə də, beləliklə tam Markov prosesi olmasa da, prosesin keçmiş təkamülü haqqında məlumatın onun gələcək təkamülünə təsir etmədiyi semi-Markov məqamlarına sahib prosesləri, nəzərdən keçirmək lazım gəlmişdir.

Markov proseslərindən fərqli olaraq, semi-Markov prosesləri çox uzun müddət sabit vəziyyətdə ola bilər və bu vəziyyətdə zaman bölgüsü, hər hansı bir paylanma qanununa malik ola bilər. Həm də, bu zaman intervalı yalnız bu mövqedən və növbəti mövqedən də asılıdır. Xarici ədəbiyyatlardan bilirik ki, A. Barovkov, V. Feller öz işlərində uducu ekranlı məsələlərə baxmışlar. Burada sistem sabit ekrana çatdıqda proses dayanır. Gecikdirən ekranlı semi-Markov prosesləri mövzusunda Azərbaycanda T.Nəsirova T.Xanıyev, R.Əliyev, T.Əliyeva, Ş.Babayev, K.Ömərova, E.İbayev, U.Kərimova, B. Şamilova və s alımlərimiz tərəfindən bir çox elmi əsərlər yazılmışdır. Bu dissertasiya işində isə ,əksetdirən ekranlı semi-Markov prosesləri tədqiq edilir. Tutaq ki, anbarın müəyyən həcmi vardır. Təsadüfi zamanlarda, anbara təsadüfi miqdarda mal gəlir və anbardan mal aparılır. Burada iki cür hal ola bilər. Tələbin qəbulu və mümkün olmadıqda tələbin qəbul edilməməsi. Birinci halda, tələbi ödəmək mümkün deyilsə onu qəbul edib anbara mal gələn kimi, ödəmək şərtdir. İkinci halda tələbi yerinə yetirmək mümkün deyilsə anbarda olan malı vermək və artıq heç nə yoxdur demək. Biz məsələdə prosesin daimi getməsini şərt qoyuruq. Yəni tələb olunan mal hardan olursa olsun, tapılıb verilir. Burada mürəkkəb cəm prossеslərinin köməyilə anbarın ilk dolma və ya boşalma anının ehtimalını tapmaq olar. Praktik işlərdə əks etdirən ekranlı semi-Markov dolaşma prosesləri ilə tez- tez qarşılaşırıq. Məsələn döyüş meydanında müəyyən qədər mərmi var. Onun müəyyən hissəsi sıradan çıxırsa, yeri dərhal doldurulmalıdır. Qələbəni təmin etməyin yeganə yolu budur. Ona görə də ,təkcə bu fakt göstərir ki, əksetdirən semi-Markov prosesi elm üçün çox aktualdır.

Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri: Əksetdirən ekrana malik mürəkkəb cəm semi-Markov dolaşma prosesinin qurulması, sıfırda əks etdirən ekrana malik semi-Markov dolaşma prosesinin paylanma funksiyasının Laplas-Stiltyes çevirməsi üçün inteqral tənliyin alınması, əksetdirən ekrana malik semi- Markov dolaşma prosesinin birinci dəfə sıfır səviyyəsinə çatan ana kimi atılan addımlar sayının doğuran funksiyasının tapılması, əksetdirən ekrana malik semi-Markov dolaşma prosesinin paylanma funksiyasının Laplas-Stiltyes çevirməsi üçün diferensial tənliyi almaq və həll etmək əsas məqsəd və vəzifəmiz hesab olunur.

İşdə məqsəd sıfırda əksetdirən ekrana malik mürəkkəb cəm semi-Markov dolaşma prosesinin paylanmasının öyrənilməsi üsulunu verməkdən onun əsas sərhəd funksiyalarını zamana görə Laplas çevirməsini, semi-Markov dolaşma prosesinin hər hansı səviyyəyə birinci dəfə çatma anının və bu səviyyəni keçmənin uzunluğunun şərti və şərtsiz birgə paylanmasının fəzaya görə Laplas-Stiltes çevirməsini tapmaqdan ibarətdir.

Tədqiqat metodları: Dissertasiyada ehtimal nəzəriyyəsi və funksional analiz metodları tətbiq olunur

Müdafiə üçün əsas müddəalar: Dissertasiyada aşağıdakı nəticələr əldə edilmişdir:

1. Əksetdirən ekrana malik mürəkkəb cəm prosesi qurulmuşdur.
2. Əksetdirən ekrana malik semi-Markov prosesinin paylama funksiyasının Laplas-Stiltes çevrilməsi tapılmışdır.
3. Əksetdirən ekrana malik semi-Markov dolaşma prosesinin hər hansı səviyyəyə birinci dəfə çatma anının və bu səviyyəni keçmənin uzunluğunun şərti və şərtsiz birgə paylanmasının fəzaya görə Laplas-Stiltes çevirməsini tapmaqdan ibarətdir.
4. Mürəkkəb cəm prosesin birinci dəfə "a" ($a > 0$) səviyyəsinə çatdığı ana qədər olan sıçrayışların sayının yaradan funksiyası tapılmışdır.
5. Mürəkkəb cəm prosesin ilk dəfə sıfıra çatdığı ana qədər olan sıçrayışların sayının yaradan funksiyası tapılmışdır.Bu hal üçün prosesin orta qiymətləri tapılmışdır
6. [c,d] parçasında semi-Markov prosesinin qalma müddəti üçün paylanma funksiyasının gecikən arqumentli inteqral tənliyi qurulmuşdur.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Əksetdirən ekranlı semi-Markov dolaşma prosesi əsas elmi yenilikdir

Tədqiqatın nəzəri və praktik dəyəri: Dissertasiya işində əldə edilmiş nəticələr həm nəzəri, həm də praktikdir. Bu nəticələr elm, iqtisadiyyat və hərbi məsələlərdə tətbiq oluna bilər.

Aprobasiya və tətbiq :

Dissertasiya işinin nəticələri dəfələrlə AMEA İnformasiya və İdarəetmə İnstitutunun "İdarəetmənin ehtimal metodları" şöbəsinin seminarlarında, AMEA Riyaziyyat və Mexanika institunun "Funksional analiz" şöbəsinin seminarlarında məruzə edilmişdir . Dissertasiya işinin əsas nəticələri ümummilli lider Heydər Əliyevin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri " mövzusunda (Bakı, 2013), Akademik A.Hacıyevanın 80 illiyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri" (Bakı, 2017) mövzu ilə bağlı beynəlxalq elmi konfransında və “İnformasiya sistemləri və texnologiyalar: nailiyyətlər və perspektivlər” mövzusunda (Sumqayıt, 2018) beynəlxalq elmi konfransında məruzə edilmişdir.

Dissertasiya işinin aparıldığı qurumun adı: AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu

Hər bir struktur hissəsinin həcmini ayrıca göstərməklə, dissertasiyanın ümumi həcmi: Dissertasiya işi mövzusunda, siyahısı xülasənin sonunda verilmiş 9 əsər çap olunmuşdur. Dissertasiya işi giriş-42000 simvol, üç fəsildən ibarətdir: birinci-32000 simvol, ikinci- 30000 simvol, üçüncüsü-54000 simvol; nəticə-2000 simvol, ədəbiyyat siyahısı. Əsas mətn 160000 işarədən ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Baxılan dissertasiyanın birinci fəslində sıfırda əks etdirən ekranlı semi-Markov prosesinin paylanma funksiyasının Laplas – Stiltyes çevrilməsi araşdırılmışdır.

Fərz edək ki, $(\Omega, F, P(\cdot))$ ehtimal fəzasında külliyyatca asılı olmayan, eyni qanunla paylanmış, müsbət işarəli $\left\{\xi_k^+, \eta_k^+, \xi_k^-, \eta_k^-\right\}_{k=1,\infty}$ təsadüfi kəmiyyətlər ardıcıllığı verilmişdir. X(t) olaraq, xüsusi halda t anına kimi anbarda olan məhsulun miqdarını götürə bilərik.

Mürəkkəb cəm olaraq X(t) işarə etsək, əksetdirən ekranlı məsələnin tələbi kimi aşağıdakı şərtləri qəbul etməliyik.

$$X(t) = \left| S_{k-1} + \ldots + \eta^+_{\nu(\tau_{k-1})} + \eta^+_{\nu(\tau_k)} - \eta_k^- \right|,$$

Burada, $\eta_k^{\pm}$ müvafiq olaraq k- ıncı dəfə anbara gələn və gedən məhsulun miqdarıdır. $\xi_i^{\pm}$ isə gələn və gedən məhsulların hansı zamanlarda daşındığını ifadə edir.

$S_{k-1} = \sum \eta_i^{\pm}$, k-1 dəfəyə kimi məhsulun gələn və gedən ümumi miqdarı göstərir

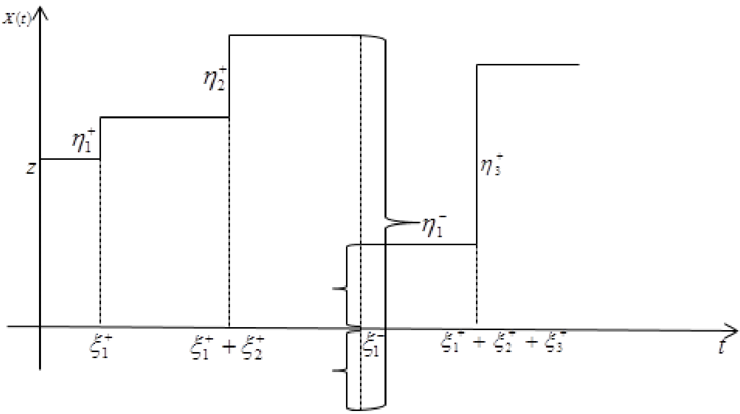
$$\tau_k^{\pm} = \sum_{i=1}^{k} \xi_i^{\pm}; k = 1,2,..\infty; \ \tau_0^{\pm} = 0,$$

$$S_0=z$$

$\nu^{\pm}(t) = \min\left\{k : \sum_{i=1}^{k+1} \xi_i^{\pm} > t\right\}$ - t anına kimi atılan addımların sayıdır

$$X(t) = \left| S_{k-1} + \ldots + \eta^+_{\nu(\tau_{k-1})} - \eta^-_{\nu(\tau_k)} \right| \text{ prosesinə, } \tau_{k-1}^{\pm} < t < \tau_k^{\pm}$$

olduqda Əksetdirən ekrana malik mürəkkəb cəm prosesi və ya semi-Markov dolaşması prosesi deyəcəyik. X(t) prosesin realizasiyasından biri aşağıdakı kimidir:



Məqsədimiz X(t) prosesinin fazaya görə şərtsiz paylanmasının Laplas –Stiltyes çevirməsini tapmaqdan ibarətdir

Aşağıdakı kimi işarələmələr aparaq:

$R(t,x|z)=P\{X(t)<x|X(0)=z\}$, -Prosesin paylanma funksiyası

$\tilde{R}(\theta,x|z)=\int\limits_{t=0}^{\infty}e^{-\theta t}R(t,x|z)dt,\theta>0$ - Prosesin paylanma funksiyasının Laplas çevirməsi

$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\alpha|z)=\int\limits_{x=0}^{\infty}e^{-ax}d_x\,\tilde{R}(\theta,x|z),\ \alpha>0$ -Paylanma funksiyasının Laplas –Stiltyes çevirməsi

$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\alpha\mid z)$ Laplas –Stiltyes çevirməsi üçün inteqral tənliyin qurulması

Tam ehtimal düsturuna görə yaza bilərik:

$$P\{X(t)<x|X(0)=z\}=P\{X(t)<x,\xi_1^->t|X(0)=z\}+$$
$$+P\{X(t)<x,\xi_1^-<t|X(0)=z\}$$

$$P\{X(t)<x|X(0)=z\}=P\{X^+(t)<x,\xi_1^->t|X(0)=z\}+$$
$$+\int_{s=0}^{t}\int_{y=0}^{\infty}P\{\xi_1^-\in ds, X(s)\in dy|X(0)=z\}P\{X(t-s)<x|X(0)=y\}$$

Onda sonuncu tənlik aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$R(t,x|z)=P\{X^+(t)<x,\xi_1^->t|X(0)=z\}+\int_{s=0}^{t}\int_{y=0}^{\infty}P\{\xi_1^-\in ds, X(s)\in dy|R(t-s,x|y)$$

Teorem 1. Sıfırda əksetdirən ekrana malik semi-Markov dolaşma prosesinin paylanmasının Laplas-Stiltyes çevrilməsi aşağıdakı inteqral tənliyi ödəyir:

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta,\alpha|z)=e^{-\alpha z}\int_{t=0}^{\infty}e^{-\theta t}P\{\xi_1^->t\}dt$$
$$+\sum_{k=1}^{\infty}\int_{x=z}^{\infty}e^{-\alpha x}d_xP\left\{\sum_{i=1}^{k}\eta_1^+<x-z\right\}\int_{t=0}^{\infty}e^{-\theta t}P\{\nu^+(t)=k\}P\{\xi_1^->t\}+$$
$$+\int_{y=o}^{\infty}\tilde{\tilde{R}}(\theta,\alpha|y)d_yP\{\eta_1^-<+y+z\}\int_{t=0}^{\infty}e^{-\theta t_-}P\{\xi_1^+>t\}dP\{\xi_1^-<t\}-$$
$$-\int_{y=o}^{z}\tilde{\tilde{R}}(\theta,\alpha|y)d_yP\{\eta_1^-<-y+z\}\int_{t=0}^{\infty}e^{-\theta t_-}P\{\nu^+(t)=k\}dP\{\xi_1^-<t\}+$$
$$+\int_{y=o}^{\infty}\tilde{\tilde{R}}(\theta,\alpha|y)\sum_{k=1}^{\infty}\int_{\gamma=0}^{\infty}d_yP\{\eta_1^-<z+\gamma+y\}d_yP\left\{\sum_{i=1}^{k}\eta_i^+<\gamma\right\}\int_{t=0}^{\infty}e^{-\theta t_-}P\{\nu^+(t)=k\}dP\{\xi_1^-<t\}+$$
$$+\int_{y=o}^{\infty}\tilde{\tilde{R}}(\theta,\alpha|y)\sum_{k=1}^{\infty}\int_{\gamma=\max(0,y=z)}^{\infty}d_yP\{\eta_1^-<z+\gamma-y\}\times$$
$$\times d_yP\left\{\sum_{i=1}^{k}\eta_i^+<\gamma\right\}\int_{t=0}^{\infty}e^{-\theta t}P\{\nu^+(t)=k\}dP\{\xi_1^-<t\}$$

Alınmış inteqral tənliyi ardıcıl yaxınlaşma üsulu ilə həll etmək olar, lakin alınan həll tətbiq üçün yararlı olmur. Bu tənliyi aşağıdakı paylanmalar sinfində həll edəcəyik.

$$P\{\eta_1^{\pm} < t\} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\eta_{\pm} t}, & t > 0, \eta_{\pm} > 0, \end{cases}$$

$$P\{\xi_1^{\pm} < t\} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\lambda_{\pm} t}, & t > 0, \quad \lambda_{\pm} > 0, \end{cases}$$

$$P\{\nu^{+}(t) = k\} = \frac{(\lambda_+ t)^k}{k!} e^{-\lambda_+ t}, \; d_\gamma P\left\{\sum_{i=1}^{k} \eta_i^{+} < \gamma\right\} = \frac{\mu_+^k \gamma^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\mu_+ \gamma}$$

Sonuncu inteqral tənliyi təsadüfi kəmiyyətləriyüksək tətbiqli Erlanq paylanmalarına malik olduqda da həll etmək olar.

Paylanmanın Laplas –Stiltyes çevrilməsi üçün qurulmuş inteqral tənlik baxılan sinifdə aşağıdakı kimi adi törəməli diferensial tənliyə gətirilir

$$\frac{d^2 \tilde{\tilde{R}}(\theta, \alpha | z)}{dz^2} + \left(-\frac{(\lambda_- + \theta)\mu_+}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta} + \mu_- + \frac{\lambda_- \mu_-}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta} \right) \frac{d\tilde{\tilde{R}}(\theta, \alpha | z)}{dz} -$$

$$- \frac{(2\lambda_- + \theta)\mu_+ \mu_-}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta} \tilde{\tilde{R}}(\theta, \alpha | z) = \frac{(\alpha - \mu_-)(\alpha + \mu_+) e^{-\alpha z}}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta}$$

Alınmış diferensial tənliyin həlli isə:

$$\tilde{\tilde{R}}(\theta, \alpha | z) = C_1(\theta) e^{k_1} + C_2(\theta) e^{k_2} + C e^{-\alpha z},$$

$$\text{C}= \frac{(\alpha - \mu_-)(\alpha + \mu_+)}{(\lambda_+ + \lambda_- + \theta)(\alpha + k_1)(\alpha + k_2)}$$ şəklində olar.

II fəsil sıfırda əksetdirən ekrana malik semi-Markov dolaşma prosesinin hər hansı "a" $(a > 0)$ səviyyəsinə birinci dəfə çatma anı ilə bu səviyyəni aşma uzunluğunun birgə paylanmasınını Laplas-Stiltyes çevrilməsinin tapılmasına həsr olunmuşdur.

Məqsəd birgə paylanmasınını Laplas-Stiltyes çevrilməsinin aşkar formasını tapmaqdır.

τ_a və γ kəmiyyətlər uyğun olaraq a səviyyəsini keçmə anı və bu səviyyəni nə qədər aşması uzunluğunu göstərir. Birgə paylama funksiyası aşağıdakı kimidir:

$$K(t,\gamma \mid X(0)=z) = P\{\tau_a < t, \gamma > a \mid X(0)=z\}$$

Teorem 2. Sıfırda əksetdirən ekranlı semi-Markov dolaşma prosesinin ilk dəfə ”a’ səviyyəsinə çatma anı ilə bu səviyyəni aşma uzunluğunun birgə paylanmasının Laplas-Stiltyes çevrilməsi üçün aşağıdakı inteqral tənlik alınmışdır:

$$\tilde{\tilde{K}}(\theta,\chi \mid z) = -\int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\xi_1^- > t\} P\{\nu^+(t)=0\}dt \int_{\gamma=0}^{\infty} d_\gamma \varepsilon(a+\gamma-z) -$$

$$-\int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\xi_1^- > t\} \sum_{k=1}^{\infty} P\{\nu^+(t)=k\} \int_{\gamma=0}^{\infty} e^{-\chi\gamma} d_\gamma P\{\sum_{i=1}^{k} \zeta_1^+ < a+\gamma-z\} -$$

$$-\int_{y=0}^{z} \tilde{\tilde{K}}(\theta,\gamma \mid y) d_y P\{\zeta_1^- < -y+z\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\nu^+(t)=0\} d_t P\{\xi_1^- < t\} -$$

$$-\int_{y=o}^{z} \tilde{\tilde{K}}(\theta,\gamma \mid y) \int_{h=0}^{a-z} d_y P\{\zeta_1^- < -y+h+z\} d_h \sum_{k=1}^{\infty} P\{\sum_{i=1}^{k} \zeta_i^+ < h\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\nu^+(t)=k\} \times$$

$$\times d_t P\{\xi_1^- < t\} - \int_{y=z}^{a} \tilde{\tilde{K}}(\theta,\gamma \mid y) d_y P\{\zeta_1^- < -y+z\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\nu^+(t)=0\} d_t P\{\xi_1^- < t\} -$$

$$-\int_{y=z}^{a} \tilde{\tilde{K}}(\theta,\gamma \mid y) \int_{h=y-z}^{a-z} d_y P\{\zeta_1^- < -y+h+z\} d_h \sum_{k=1}^{\infty} P\{\sum_{i=1}^{k} \zeta_i^+ < h\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\nu^+(t)=k\} \times$$

$$\times d_t P\{\xi_1^- < t\} + + \int_{y=0}^{a} \tilde{\tilde{K}}(\theta,\gamma \mid y) d_y P\{\zeta_1^- < y+z\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\nu^+(t)=0\} d_t P\{\xi_1^- < t\} +$$

$$+\int_{y=0}^{a} \tilde{\tilde{K}}(\theta,\gamma \mid y) \int_{h=0}^{a-z} d_y P\{\zeta_1^- < y+h+z\} \times$$

$$\times d_h \sum_{k=1}^{\infty} P\{\sum_{i=1}^{k} \zeta_i^+ < h\} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\{\nu^+(t)=k\} d_t P\{\xi_1^- < t\}$$

Bu tənliyi aşağıdakı halda edəcəyik:

$$P\{\xi_1^{\pm} < t\} = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 1 - e^{-\lambda_{\pm} t}, \lambda_{\pm} > 0, t > 0 \end{cases}$$

$$\mathrm{P}\{\,\zeta_1^{\pm} < x\} = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1 - e^{-\mu_{\pm} x}, x > 0, \mu_{\pm} > 0 \end{cases}$$

Bu halda sonuncu inteqral tənlikdən aşağıdakı kimi sabit əmsallı ikinci tərtib adi törəməli diferensial tənlik alarıq:

$$\tilde{\tilde{K}}''(\theta,\chi,z) + (\mu_- + \frac{\mu_+\lambda_+}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta})\tilde{\tilde{K}}'(\theta,\chi,z) +$$

$$+\left[\frac{\lambda_+\mu_+\mu_-}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta} + \frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+\mu_-}{(\lambda_+ + \lambda_- + \theta)^2}\right]\tilde{\tilde{K}}(\theta,\chi,z) =$$

$$= \frac{(\mu_- - \chi)(\mu_+(\lambda_- + \theta) + \chi(\lambda_+ + \lambda_- + \theta))}{(\lambda_+ + \lambda_- + \theta)^2} e^{(a-z)\chi}$$

Diferensial tənliyə uyğun xarakteristik tənliyin kökləri

$$k_{1;2}(\theta) =$$

$$= \frac{-(\mu_- + \frac{\mu_+\lambda_+}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta}) \pm \sqrt{(\mu_- + \frac{\mu_+\lambda_+}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta})^2 - 4\left[\frac{\lambda_+\mu_+\mu_-}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta} + \frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+\mu_-}{(\lambda_+ + \lambda_- + \theta)^2}\right]}}{2}$$

kimidir.

Beləliklə diferensial tənliyin həllini alarıq:

$$\tilde{\tilde{K}}(\theta,\chi,z) = \frac{(\mu_- - \chi)((\mu_+(\lambda_- + \theta) + \chi(\lambda_+ + \lambda_- + \theta))}{(\lambda_+ + \lambda_- + \theta)^2(\chi + k_1(\theta))(\chi + k_2(\theta))} e^{\chi(a-z)} +$$

$$+ C_1(\theta)e^{k_1(\theta)z} + C_2(\theta)e^{k_2(\theta)z}$$

burada $C_1(\theta)$ və $C_2(\theta)$ z-ə görə sabitdirlər .

III fəsil mürəkkəb cəm semi –Markov dolaşma prosesinin birinci dəfə “a” (a> 0) səviyyəsinə çatdığı ana qədər atılan addımlar sayının doğuran funksiyasının tapılmasına həsr edilmişdir.

Tutaq ki, $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P}(\cdot))$ ehtimal fəzasında ξ_k^+ , $\eta_k^+, \xi_k^-, \eta_k^-$, $k=\overline{1,\infty}$ qarşılıqlı asılı olmayan, eyni qanunla paylanmış, müsbət təsadüfi kəmiyyətlər ardıcıllığı verilmişdir.

Aşağıdakı işarələmələri daxil edək:

$$\nu^{\pm}(t)=\min\left\{k:\sum_{i=1}^{k+1}\xi_i^{\pm}>t\right\} -$$

t anına kimi atılan addımlar sayıdır.

$$\mathrm{X}^{\pm}(t)=\sum_{i=1}^{\nu^{\pm}(t)}\eta_i^{\pm}$$ - bu ana kimi yaranan məhsulun miqdarıdır.

$\mathrm{X}(t)=\mathrm{X}^{+}(t)-\mathrm{X}^{-}(t)$ prosesi mürəkkəb cəm semi-Markov dolaşma prosesi adlanır.

ν_1^a ilə *X(t)* prosesinin birinci dəfə “a” $(a>0)$ səviyyəsinə birinci dəfə çatmaq üçün qədər atılan addımlar sayını işarə edək

ν_1^a doğuran funksiya aşağıdakı kimidir:

$$\Psi(u\,|\,z)=\sum_{k=1}^{\infty}u^k\mathrm{P}\left\{\nu_1^a=k\,|\,X(0)=z\right\},\ |u|\le 1.$$

Теорема 3. $\Psi(u\,|\,z)$ doğuran funksiyası aşağıdakı inteqral tənliyi ödəyir.

$$\Psi(u\,|\,z)=u\mathrm{P}\left\{\eta_1^+>a-z\right\}+u\int_{y=z}^{a}\Psi(u\,|\,y)dy\mathrm{P}\left\{\eta_1^+<y-z\right\}\mathrm{P}\left\{\xi_1^+<\xi_1^-\right\}+$$

$$+u\int_{y=z}^{a}\Psi(u\,|\,y)\int_{x=y}^{\infty}dy\sum_{m=1}^{\infty}\mathrm{P}\left\{\eta_1^-+\ldots+\eta_m^-<x-y\right\}\times$$

$$\times\int_{t=0}^{\infty}\mathrm{P}\left\{\nu^-(t)=m\right\}d_t\mathrm{P}\left\{\xi_1^+-\xi_1^-<t\right\}d_y\mathrm{P}\left\{\eta_1^+<y\right\}+$$

$$+u\int_{y=-\infty}^{z}\Psi(u\,|\,y)\int_{x=z}^{\infty}dy\sum_{m=1}^{\infty}\mathrm{P}\left\{\eta_1^- + \ldots + \eta_m^- < x-y\right\}\times$$

$$\times\int_{t=0}^{\infty}\mathrm{P}\left\{\nu^-(t)=m\right\}d_t\mathrm{P}\left\{\xi_1^+ - \xi_1^- < t\right\}d_y\mathrm{P}\left\{\eta_1^+ < y\right\}$$

$\Psi(u\,|\,z)$ üçün alınmış inteqral tənliyini

$$P\{\xi_1^{\pm} < t\} = \begin{cases} 0, t<0 \\ 1-e^{-\lambda_{\pm}t} \end{cases} \quad t>0,\ \lambda_+>0, \quad \lambda>0$$

$$P\{\eta_1^{\pm} < x\} = \begin{cases} 0, x<0 \\ 1-e^{-\mu_{\pm}t} \end{cases} \quad x>0,\ \mu_+>0,\ \mu>0$$

$$\mathrm{P}\left\{\xi_1^+ < \xi_1^-\right\} = \frac{\lambda_+}{\lambda_+ + \lambda_-},$$

$$\mathrm{P}\left\{\xi_1^- < \xi_1^+\right\} = \frac{\lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-},$$

$$d_t\mathrm{P}\left\{\xi_1^+ - \xi_1^- < t\right\} = \frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-}e^{-\lambda_+ t}dt,$$

$$P\left\{\nu^{\pm}(t)=m\right\} = \frac{(\lambda_{\pm}t)^m}{m!}e^{-\lambda_{\pm}t}$$

$$d_yP\left\{\eta_1^- + \eta_2^- + \ldots + \eta_m^- < y\right\} = \mu_-\frac{(\mu_- y)^{m-1}}{(m-1)!}e^{-\mu_- y}dy$$

Palanmalar sinfində həll etsək aşağıdakı ikinci tərtib adi törəməli diferensial tənliyi alarıq:

$$\Psi''(u\,|\,z) + [-\mu_+ + \frac{\lambda_+\mu_-}{\lambda_+ + \lambda_-} + \frac{\lambda_+\mu_+}{\lambda_+ + \lambda_-}u]\Psi'(u\,|\,z) + [-\frac{\lambda_+\mu_+\mu_-}{\lambda_+ + \lambda_-} +$$

$$\frac{\lambda_+^2\mu_+\mu_-}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}u + \frac{\lambda_+\lambda_-^2\mu_+\mu_-}{(\lambda_+ + \lambda_-)^3}u]\Psi(u\,|\,z) = 0$$

Alınmış diferensial tənliyin həlli isə.

$$\Psi(u\,|\,z)=\frac{(\lambda_{+}+\lambda_{-})(k_1(u)-\mu_{+})e^{k_1(u)z}}{\lambda_{+}\mu_{+}e^{k_1(u)a}-\dfrac{\lambda_{-}^{2}\mu_{-}(\lambda_{-}\mu_{+}+\lambda_{+}\mu_{-})(k_1(u)+\mu_{+})}{[k_1(u)(\lambda_{+}+\lambda_{-})+\lambda_{+}\mu_{-}](\mu_{+}(\lambda_{+}+\lambda_{-})+\lambda_{+}\mu_{-})}e^{\mu_{+}a}}$$

kimidir.

Bu fəsildə həmçinin sıfırda əksetdirən ekrana malik semi-Markov dolaşma prosesinin birinci dəfə sıfır səviyyəsinə çatdığı ana qədər atılan addımlar sayınını doğuran funksiyası tapılmışdır.

ν_0 ilə X(t) prosesinin birinci dəfə sıfır səviyyəsinə çatdığı ana qədər atılan addımlar sayını işarə edək. Onda ν_0 üçün doğuran funksiya aşağıdakı kimi olacaq:

$$\Psi_0(u\,|\,z)=\sum_{k=1}^{\infty}u^k P\{\nu_0=k\,|\,X\,|\,(0)=z\}.$$

Теорема 4. Doğuran funksiya üçün aşağıdakı inteqral tənlik ödənilir:

$$\Psi_0(u\,|\,z)=u\int_{h=0}^{\infty}P\{\eta_1^{-}>z+h\}d_h\int_{t=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{m}\eta_i^{+}<h\right\}P\{\nu^{+}(t)=m\}d_tP(\xi_1^{-}<t)-$$

$$-u\int_{y=0}^{z}\Psi_0(u\,|\,y)d_y\int_{h=0}^{\infty}P\{\eta_1^{-}<z+h-y\}d_h\int_{t=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{m}\eta_i^{+}<h\right\}P\{\nu^{+}(t)=m\}d_tP(\xi_1^{-}<t)-$$

$$-u\int_{y=0}^{z}\Psi_0(u\,|\,y)d_y\int_{h=y-z}^{\infty}P\{\eta_1^{-}<z+h-y\}d_h\int_{t=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}P\left\{\sum_{i=1}^{m}\eta_i^{+}<h\right\}P\{\nu^{+}(t)=m\}d_tP(\xi_1^{-}<t).$$

Bu tənliyi

$$P\{\xi_1^{\pm}<t\}=\begin{cases}0, & t<0,\\ 1-e^{-\mu_{\pm}t}, & t>0,\lambda_{\pm}>0,\end{cases}$$

$$P\{\eta_1^{\pm} < t\} = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1 - e^{-\mu_{\pm} t}, & t > 0, \mu_{\pm} > 0. \end{cases}$$

paylanmalar sinfində həll etsək aşağıdakı ikinci tərtib adi törəməli diferensial tənliyi alarıq:

$$\Psi''(u \mid z) + \left(\frac{\lambda_+ \lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-} - \mu_+ + \mu_- \right) \Psi'(u \mid z) +$$
$$+ \left(\frac{\lambda_+ \mu_+ \mu_-}{\lambda_+ + \lambda_-} - \mu_+ + \mu_- - \frac{\lambda_+ \mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2} \right) \Psi(u \mid z) = 0$$

Alınmış diferensial tənliyin həlli isə.

$$\Psi_0(u \mid z) = C_1(u) e^{k_1(u) z}.$$

$$C_1(u) =$$
$$= \frac{\dfrac{\lambda_- u}{\lambda_+ \lambda_-} + \dfrac{\lambda_+ \lambda_- \mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2 (\mu_+ + \mu_-) + \lambda_+ \mu_+ (\lambda_+ + \lambda_-)}}{1 - \dfrac{\lambda_+ \mu_- u}{(\lambda_+ + \lambda_-)[\mu_- k_1(u)]} - \dfrac{\lambda_+ \lambda_- \mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)(\mu_+ + \mu_-) - \lambda_+ \mu_+} \dfrac{1}{\lambda_- \mu_+ - (\lambda_+ + \lambda_-) k_1(u)}}.$$

şəklində olacaqdır.

Atılan addımlar sayının birinci və ikinci tərtib momentlərini tapmaq üçündiferensial tənliyə uyğun

$$K^2(u) + [\frac{\lambda_+ \lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-} - \mu_+ + \mu_-] K(u) +$$
$$+ \left[\frac{\lambda_+ \mu_+ \mu_-}{\lambda_+ + \lambda_-} - \mu_+ + \mu_- - \frac{\lambda_+ \mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2} \right] = 0.$$

xarakteristik tənliyindən istifadə edəcəyik.

Xarakteristik tənliyin kökləri aşağıdakı şəkildəki kimidir:

$$K_{1,2}(u) = \pm\frac{\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+\lambda_-} - \mu_+ + \mu_-\right)}{2} \pm$$

$$\pm\frac{\left(\dfrac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+\lambda_-} - \mu_+ + \mu_-\right)^2 - 4\left(\dfrac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+\lambda_-} - \mu_+ + \mu_- - \dfrac{\lambda_+\lambda_-\mu_+ u}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2}\right)}{2}$$

Aşağıdakı kimi işarələmə aparaq:

$$A = -\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+\lambda_-} - \mu_+ + \mu_-\right)$$

$$B = -\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+\lambda_-} - \mu_+ + \mu_-\right)^2 - 4\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{\lambda_+\lambda_-} - \mu_+\mu_-\right)$$

$$D = 4\left(\frac{\lambda_+\lambda_-}{(\lambda_+\lambda_-)^2}\right)$$

Bu işarələmələri nəzərə alsaq,

$$K(u) = A \pm \frac{\sqrt{B + Du}}{2} \quad K(1) = A \pm \frac{\sqrt{B + Du}}{2}$$

$$K'(u) = \pm\frac{D}{4\sqrt{B + Du}} \quad K'(1) = \pm\frac{D}{4\sqrt{B + D}}$$

bərabərliklərini alarıq.

$\Psi_0(u|z) = C_1 e^{K_1 z}$ doğuran funksiyadan u-ya görə törəmə alaq:

$$\Psi_0'(u \mid z) = \left(C_1'(u) + C_1(u)K_1'(u)z\right)e^{K_1(u)z}$$

Aşagıdakı işarələmələri aparaq:

$$\Phi = \frac{\lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-} + \frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+}{(\lambda_+ + \lambda_-)^2(\mu_+ + \mu_-) - \lambda_+\mu_+(\lambda_+ + \lambda_-)}$$

$$H = \frac{\lambda_-\mu_-}{\lambda_+ + \lambda_-}$$

$$E=\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+}{(\lambda_++\lambda_-)((\lambda_++\lambda_-)(\mu_++\mu_-)-\lambda_+\mu_+)}$$

$$Y=\frac{\mu_+(\lambda_++\lambda_-)-\lambda_+\mu_+}{\lambda_++\lambda_-}$$

Onda $C_1(u)$-nun ifadəsi

$$C_1(u)=\frac{\Phi}{\frac{1}{u}-\frac{H}{[\mu_--K_1(u)]}-\frac{E}{Y-K_1(u)}}$$

şəklində olacaqdır

$C_1(u)$ funksiyadan u–ya görə törəmə alaq. Onda

$$C_1'(u)=$$

$$=\frac{\Phi}{\left(\frac{1}{u}-\frac{H}{[\mu_--K_1(u)]}-\frac{E}{Y-K_1(u)}\right)^2}\left(\frac{1}{u^2}+\frac{H}{[\mu_--K_1(u)]^2}K_1'(u)+\frac{E}{[Y-K_1(u)]^2}K_1'(u)\right)$$

$C_1(u)$ funksiyasının özündə və törəməsində u=1 götürsək.

$$C_1(1)=\frac{\Phi}{1-\frac{H}{[\mu_--K_1(1)]}-\frac{E}{Y-K_1(1)}}$$

$$C_1'(1)=\frac{\Phi}{\left(1-\frac{H}{[\mu_--K_1(1)]}-\frac{E}{Y-K_1(1)}\right)^2}\left(1+\frac{H}{[\mu_--K_1(1)]^2}K_1'(1)+\frac{E}{[Y-K_1(1)]^2}K_1'(1)\right)$$

alınar.

Nəhayət mürəkkəb cəm semi-Markov dolaşma prosesinin birinci və ikinci tərtib momentləri üçün aşağıdakı bərabərlikləri alarıq:

$$M(\nu_1^0)=\Psi_0'(1\,|\,z)=\left(C_1'(1)+C_1(1)K_1'(1)z\right)e^{K_1(1)z}=$$

$$\left(\frac{\Phi}{\left(1-\frac{H}{[\mu_- - K_1(1)]}-\frac{E}{У - K_1(1)}\right)^2}\left(1+\frac{H}{[\mu_- - K_1(1)]^2}K_1'(1)+\frac{E}{[У - K_1(1)]^2}K_1'(1)\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\Phi}{1-\frac{H}{[\mu_- - K_1(1)]}-\frac{E}{У - K_1(1)}}K_1'(1)z\right)e^{k_1(1)z}$$

$$D(\nu_1^0)=\Psi_0''(1\,|\,z)+\Psi'(1\,|\,z)-(\Psi'(1\,|\,z))^2$$

burada

$$\Psi_0''(1\,|\,z)=\{(C_1'(1)+C_1(1)K_1'(1)z)'+K_1'(1)z(C_1'(1)+C_1(1)K_1'(1)z)\}e^{k_1(1)z}$$

və ya

$$D(\nu_1^0)=[(C_1'(1)+C_1(1)K_1'(1)z)'+K_1'(1)z(C_1'(1)+C_1(1)K_1'(1)z)]e^{K_1(1)z}+$$

$$+(C_1'(1)+C_1(1)K_1'(1)z)e^{K_1(1)z}-[(C_1'(1)+C_1(1)K_1'(1)z)e^{K_1(1)z}]^2$$

Bundan başqa baxılan fəsildə gecikən arqumentli semi-Markov dolaşma prosesi araşdırılmışdır. Məqsəd semi-Markov dolaşma proseslərinin fərqindən alınmış mürəkkəb prosesin zolaqda qalma müddətinin paylanmasının Laplas çevirməsini tapmaqdan ibarətdir

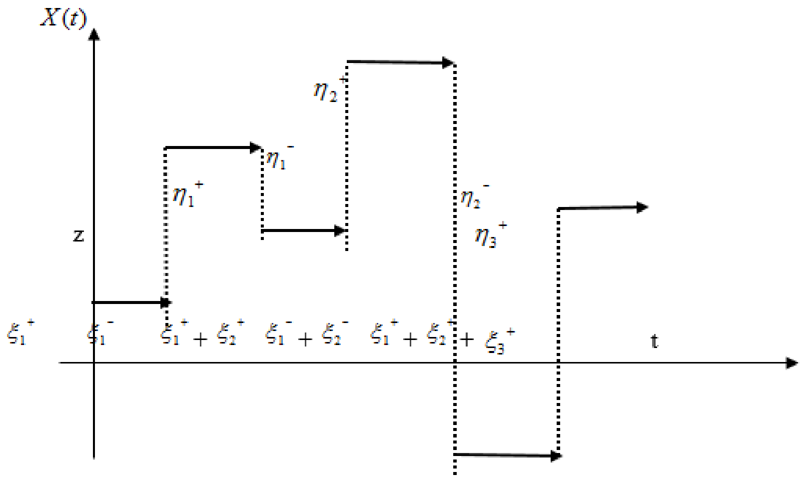
Fəslin əvvəlindəki $\xi^{\pm}$ və $\eta_i^{\pm}$ təsadüfi kəmiyyətlərinə qoyulan şərtləri nəzərə alaraq mürəkkəb fərq prosesini quraq

$$\text{Əgər}\sum_{i=1}^{k-1}\xi_i^+\le t<\sum_{i=1}^{k}\xi_i^+\ \text{,olarsa,}\quad \mathrm{X}^+(t)=\sum_{i=1}^{k-1}\eta_i^+$$

$$\text{Əgər}\sum_{i=1}^{k-1}\xi_i^-\le t<\sum_{i=1}^{k}\xi_i^-\ \text{olarsa,}\ \mathrm{X}^-(t)=\sum_{i=1}^{k-1}\eta_i^-$$

$$\mathrm{X}(t)=\mathrm{X}^+(t)-\mathrm{X}^-(t)$$

X(t) semi-Markov dolaşma fərq prosesi adlanır. Onun realizasiyalarından biri aşağıdakı kimidir:



Tutaq ki, X(t) prosesi [c, d] zolağında təyin olunub, $c > 0, d > 0$. Aşağıdakı kimi işarəetmə aparaq:

$$A_z = \left\{ \inf_{0 \le s \le t} X(s) > c; \sup_{0 \le s \le t} X(s) < d \mid X(0) = z \right\}, \quad z > 0,$$

$$K(t; c, d \mid X(0) = z) = P\left\{ \inf_{0 \le s \le t} X(s) > c; \sup_{0 \le s \le t} X(s) < d \mid X(0) = z \right\}.$$

Onda $K(t, c, d | x(0) = z)$-in Laplas çevirməsi

$$\tilde{K}(\theta; c, d \mid X(0) = z) = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\theta t} P\left\{ \inf_{0 \le s \le t} X(s) > c; \sup_{0 \le s \le t} X(s) < d \mid X(0) = z \right\} dt$$ olacaqdır.

Теорема 5. Semi-Markov dolaşma fərq prosesinin zolaqda qalma müddətinin paylanmasının Laplas çevirməsi üçün aşağıdakı inteqral tənlik ödənilir:

$$\tilde{K}(\theta / z) = \frac{1}{\lambda_+ + \lambda_- + \theta} - \frac{\lambda_+ \lambda_- \mu_-}{(\lambda_+ + \theta)\theta} e^{-\mu_- d} \int_{y=c}^{d} \tilde{K}(\theta \mid y) e^{\mu_- y} dy$$

$$+ \frac{\lambda_+ \lambda_- \mu_-}{(\lambda_+ + \theta)(\lambda_- + \theta)} e^{-\frac{\lambda_+ \mu_+ + (\mu_+ + \mu_-)\theta}{\lambda_- + \theta} d} e^{\frac{\mu_+ \theta}{\lambda_+ + \theta} z} \int_{y=c}^{d} \tilde{K}(\theta \mid y) e^{\mu_- y} dy$$

$$+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+\mu_-}{(\lambda_++\theta)(\lambda_-+\theta)}e^{\frac{\mu_+\theta}{\lambda_++\theta}z}\int_{y=z}^{d}\widetilde{K}(\theta\,|\,y)e^{-\frac{\mu_+\theta}{\lambda_++\theta}y}\int_{x=0}^{d-y}e^{-\frac{[(\lambda_++\theta)\mu_-+\mu_+\theta]}{\lambda_++\theta}x}dxdy$$

$$-\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+\mu_-}{(\lambda_++\theta)(\lambda_-+\theta)}e^{\frac{\mu_+\theta}{\lambda_++\theta}z}\int_{y=c}^{z}\widetilde{K}(\theta\,|\,y)e^{-\frac{\mu_+\theta}{\lambda_++\theta}y}\int_{x=z-y}^{d-y}e^{-\frac{[(\lambda_++\theta)\mu_-+\mu_+\theta]}{\lambda_++\theta}x}dxdy$$

$$-\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+}{(\lambda_-+\theta)\theta}e^{\mu_+b}\int_{y=c}^{d}\widetilde{K}(\theta\,|\,y)e^{-\mu_+y}dy$$

$$+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+}{(\lambda_++\theta)(\lambda_-+\theta)}e^{\frac{\lambda_-\mu_++(\mu_++\mu_-)\theta}{\lambda_-+\theta}b}e^{\frac{\mu_-\theta}{\lambda_-+\theta}z}\int_{y=c}^{d}\widetilde{K}(\theta\,|\,y)e^{-\mu_+y}dy$$

$$+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+}{(\lambda_++\theta)(\lambda_-+\theta)}e^{\frac{\mu_-\theta}{\lambda_-+\theta}z}\int_{y=c}^{z}\widetilde{K}(\theta\,|\,y)e^{-\frac{\mu_-\theta}{\lambda_-+\theta}y}\int_{x=0}^{y-z}e^{-\frac{[(\lambda_-+\theta)\mu_++\mu_-\theta]}{\lambda_-+\theta}x}dxdy$$

$$+\frac{\lambda_+\lambda_-\mu_+}{(\lambda_++\theta)(\lambda_-+\theta)}e^{\frac{\mu_-\theta}{\lambda_-+\theta}z}\int_{y=c}^{d}\widetilde{K}(\theta\,|\,y)e^{-\frac{\mu_-\theta}{\lambda_-+\theta}y}\int_{x=y-z}^{y-c}e^{-\frac{[(\lambda_-+\theta)\mu_++\mu_-\theta]}{\lambda_-+\theta}x}dxdy$$

$$+\frac{\lambda_+\mu_+}{\lambda_++\lambda_-+\theta}e^{-\mu_+z}\int_{y=z}^{d}\widetilde{K}(\lambda_-+\theta\,|\,y)e^{-\mu_+y}dy+$$

$$+\frac{\lambda_-\mu_-}{\lambda_++\lambda_-+\theta}e^{-\mu_-z}\int_{y=c}^{z}\widetilde{K}(\lambda_++\theta\,|\,y)e^{\mu_-y}dy\,.$$

Müəllif, professor Tamilla Hilal qızı Nəsirovaya məsələnin qoyuluşu və daimi diqqət üçün dərin minnətdarlığını bildirir.

ƏSAS NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işi semi-Markov proseslərinə həsr edilmişdir. Dissertasiya işində aşağıdakı yeni nəticələr alınmışdır:

- Əks etdirən ekrana malik prosesinin paylanması üçün zamana görə Laplas, fazaya görə isə Laplas-Stiltyes çevirməsi tapılmışdır.
- Mürəkkəb prosesin sıfır səviyyəsinə ilk dəfə çatma anına kimi atılan addımlar sayının doğuran funksiyası tapılmışdır.
- Mürəkkəb prosesin sıfır səviyyəsinə kimi atılan addımlar sayının orta qiymətləri tapılmışdır.
- Əks etdirən ekranlı semi-Markov prosesinin ilk dəfə müəyyən səviyyəyə çatma anı ilə bu səviyyəni aşmasının birgə paylanması üçün zamana görə Laplas, fazaya görə isə Laplas-Stiltyes çevirməsi tapılmışdır
- Mürəkkəb prosesin "a"(a>0) səviyyəsinə ilk dəfə çatma anına kimi atılan addımlar sayının doğuran funksiyası tapılmışdır.
- [c,d] zolağında semimarkov prosesinin paylanmasının müddəti üçün gecikən arqumentli inteqral tənliyi tapılmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı elmi nəşrlərdə dərc edilmişdir:

1. Э.М.Нейманов, Е.А.Ибаев. Преобразования Лапласа-Стильтеса распределения процесса полумарковского блуждания с отражающим экраном в нуле. // Актуальные проблемы математики и информатики тезисы международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева, май 29-31, – 2013, – Баку, – с. 183-185
2. Э.М.Нейманов, Т.И.Насирова, Е.А.Ибаев. Преобразования Лапласа-Стильтеса распределения процесса полумарковского блуждания с отражающим экраном в нуле. // Проблемы управления и информатики Выпуск 1. Украина, – 2015, – с. 97-104. http://jais.org.ua/zhurnal-1.html
3. E.M.Neymanov, C.Yapar, E.A.Ibayev Производящая функция числа скачков при которомсложный процесс полумарковского блуждания впервые достигает уровня нуль. // Transactions of

Azerbaijan National Academy of Sciences Informatics and Control Problems – Baku, vol. XXXV, No 6, – 2015, – pp. 42-49. http://www.icp.az/2015/6-04.pdf

4. E.M.Neymanov. Explicit Form of Laplace-Stieltjes Transform of Joint Distribution of the First PassageTime of Some Level “a”(a>0) and Overshoots Across this Level by a Complex Semi-Markov Walk Process with Reflecting Screen at Zero. // Caspian Journal of applied mathematics, ecology and economics, – Baku, vol. 4, No 1, – 2016, – pp.89-100. http://cjamee.org/wp-content/uploads/2018/09/10.pdf
5. Э.М.Нейманов, Т.И. Насирова, У.Я. Керимова . Интегральное Уравнение с запаздывающим аргументом в процессах полумарковского блуждания. // Journal of Contemporary Applied Mathematics, vol. 7, No 1, – 2017, June, – pp. 9-13 http://journalcam.com/wp-content/uploads/2017/12/2.pdf
6. E.M.Neymanov, T.I. Nasirova, U.Y. Kerimova.Generating Function of the Number of Jamps at which Complex Process of Semi-Markov Walk Achieves First the Level "a". // Caspian Journal of applied mathematics, ecology and economics. – Baku, No 1, – 2017, – pp. 47-55. http://ieeacademy.org/?mdocs-file=1426
7. E.M.Neymanov, Nasirova T.I, Omarova K.K. A description of the model of a process of the semi-Markovian walk with a delaying screen by means of a fractional order differential equation. // Modern problems of mathematics and mechanics. PROCEEDING of the International conference devoted to the 80-th anniversary of academician Akif Gadjiev, december 6-8 2017, – Baku, – pp.161
8. Э.М.Нейманов, Т.И. Насирова. Составление уравнения для эрланговского распределения второго порядка в сложном процессе полумарковского блуждания с отражающим экраном в нуле. // "İnformasiya sistemləri və texnologiyalar: nailiyyətlər və perspektivlər" mövzusunda beynəlxalq elmi konfrans, noyabr 15-16, – 2018, – Sumqayıt, – pp. 299.
9. Э.М.Нейманов. Об средном значении числа скачков полумарковского блуждания, при котором процесс впервые достигает уровня нуль // Azərbaycan Mühəndislik Akademiyasının Xəbərləri, – 2019, Volume 3, Number 2; – səh. 79-83

Dissertasiyanın müdafiəsi 21 I 2022 il tarixində saat 14:00 AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Bakı şəhəri, Bəxtiyar Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya ilə AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun rəsmi internet saytında (http://www.isi.az) yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 21 XII 2021 il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: __.__.2021

Kağızın formatı: A5

Həcm: 11777

Tiraj: 100