AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

2m TƏRTİB DİRAK OPERATORUNUN MƏXSUSİ VƏ QOŞULMUŞ VEKTOR-FUNKSİYALARI ÜZRƏ SPEKTRAL AYRILIŞIN YIĞILMASI

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Hacıyeva Günel Razim qızı**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2022

Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin «Riyazi analiz» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Vəli Məhərrəm oğlu Qurbanov

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nazim Baxış oğlu Kərimov

riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Telman Benser oğlu Qasımov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Şirmayıl Həsən oğlu Bağırov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
__________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.r.e.n.
__________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: akademik, f.r.e.d., professor
__________ **Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi:

Diferensial operatorların (Şredinger, Dirak və b.) spektral nəzəriyyəsi son illərdə kvant mexanikasının inkişafı ilə əlaqədar olaraq inkişaf etmişdir.

Diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin qurulmasında aşağıdakı sualların araşdırılması mühüm rol oynayır: öyrənilən diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin bu və ya digər fəzalarda bazisliyi; diferensial operatorun təyin oblastına daxil olan və olmayan funksiyaların spektral ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması; bu və ya digər fəzalardan olan funksiyaların diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üzrə spektral ayrılışının həmin funksiyanın triqonometrik Furye sırası ilə birgəyığılması (eyniyığılması) və s.

Məlumdur ki, adi diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsi öz başlanğıcını Ş.Şturm, J.Luivilli sonralar isə V.A.Steklov, D.Ya.Tamarkin, D.Birkkof, M.L.Rəsulov və digər məşhur riyaziyyatçıların klassik işlərindən götürür. Bu işlərdə müxtəlif sinif sərhəd məsələlərinin məxsusi ədədlərinin asimptotikası və məxsusi funksiyalar üzrə spektral ayrılışların yığılma məsələləri öyrənilmişdir.

Uzun müddət ərzində əsas araşdırma obyekti öz-özünə qoşma diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsi olmuşdur. Buna baxmayaraq iyirminci əsrin birinci yarısından başlayaraq riyazi fizikanın bir sıra yeni məsələlərinin yaranması, öz-özünə qoşma olmayan diferensial operatorların spektral xassələrinin öyrənilməsinə təkan vermişdir. Belə məsələyə nümunə istilikeçirmə tənliyi üçün qeyi-lokal sərhəd şərtli Bitsadze-Samarski məsələsi ola bilər.

Öz-özünə qoşma olmayan sərhəd məsələlərinin öyrənilməsində aşkar olunmuşdur ki, belə operatorların məxsusi funksiyalar sistemi, ümumiyyətlə desək, nəinki $L_2 -$də bazis təşkil etmir, həm də $L_2 -$sinfində tam olmaya da bilər. Ona görə də belə sistemlər qoşulmuş funksiyalarla tamamlanmalıdır. Bu məsələlərdə məxsusi və qoşulmuş funksiyalar (kök funksiyalar) sistemi, ümumiyyətlə desək, L_2 fəzasında ortoqonal deyil, nə onun qapalılığı, nə də minimallılığı bu fəzada onun bazisliyini təmin etmir. Beləliklə, öz-özünə qoşma olmayan məsələlərin tədqiqi yeni yanaşmalar tələb edir.

Bu istiqamətdə M.V.Keldiş tərəfindən geniş sinif sərhəd məsələləri üçün xüsusi qurulmuş məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin $L_2 -$də tamlığı isbat edilmişdir. Geniş sinif sərhəd məsələləri üçün tamlıq məsələsinin öyrənilməsi bir çox riyaziyyatçılar tərəfindən davam etdirilmişdir. Güclü requlyar sərhəd məsələlərinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin $L_2 -$də bazisliyi V.P.Mixaylov və Q.M.Keselman tərəfindən göstərilmişdir. Requlyar məsələlərinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin blok bazisliyi (və ya mörtərizəli bazisliyi) A.A.Şkalikovun işində göstərilmişdir.

Əmsalları kifayət qədər hamar, requlyar sərhəd şərtli adi diferensial operatorlar üçün müntəzəm birgəyığılma məsələləri üçün ilk mühüm nəticələr D.Ya.Tamarkin tərəfindən alınmışdır. Sonralar analoji nəticə cəmlənən əmsallı diferensial operatorlar üçün M.Stoun tərəfindən alınmışdır. A.P.Xromov D.Ya.Tamarkinin birgəyığılma teoremini nüvəsi requlyar sərhəd şərtli diferensial operatorun Qrin funksiyasının xassələrini cəmləşdirən inteqral operatorlar halına ümumiləşdirmişdir. Həmçinin qeyd edək ki, requlyar sərhəd şərtli diferensial operatorlar üçün birgəyığılma sürəti V.S.Rıxlov tərəfindən öyrənilmişdir.

Yuxarıda sadalanan nəticələrin əsasında rezolvent metod dayanır və bu işlərdə alınmış birgəyığılma blok–birgəyığılmadır (mörtərizəli birgəyığılma).

Son dövrlər diferensial operatorların öyrənilməsində akademik V.A.İlin tərəfindən yaradılmış metod müvəffəqiyyətlə tətbiq olunmaqdadır. İlin tərəfindən aydınlaşdırılmışdır ki, qoşulmuş funksiyaların ümumi sayı sonsuz olduqda məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin tamlıq xassəsindən fərqli olaraq bazislik və birgəyığılma (eyniyığılma) xassələri qoşulmuş funksiyaların seçilməsindən ciddi asılıdır və təkcə sərhəd şərtinin xüsusi forması ilə təyin olunmur. Bu xassələrə diferensial operatorun əmsallarının qiymətləri ciddi təsir edir, yəni, əmsalları öz sinfində saxlamaqla kiçik dəyişməsi bu xassənin yaranmasına və ya itməsinə səbəb ola bilər. Bu vəziyyətdə bazislik və birgəyığılma (eyniyığılma) şərtləri sərhəd şərtləri termini ilə ifadə edilə bilməz. Bu səbəbdən də V.A.İlin diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarını konkret sərhəd şərtləri ilə bağlamadan spektral parametrli diferensial tənliyin requlyar həlli kimi təyin etməyi təklif etmişdir. Bu yanaşma ixtiyari sərhəd şərtlərinə (həm lokal, həm də qeyri-lokal), heç bir sərhəd şərti ilə bağlı olmayan funksiyalar sisteminə, həm də iki müxtəlif sərhəd məsələsinin məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemlərinin alt çoxluqlarının birləşməsindən alınan sistemlərə baxmağa imkan verir.

V.A.İlinin işlərində adi diferensial operatorun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminə baxılmış və müəyyən təbii şərtlər daxilində müntəzəm birgəyığılma və kompaktda bazislik teoremləri isbat edilmişdir (həm də komponent üzrə birgəyığılma).

Bu tədqiqatlar V.A.İlin və onun davamçılarının işlərində müxtəlif istiqamətlərdə inkişaf etdirilmişdir: V.V.Tixomirov, Ş.A.Alimov, İ.Yo, İ.S.Lomov, N.B.Kərimov, V.D.Budayev, V.İ.Kamornik, N.Lajetic, V.M.Qurbanov, L.V.Kriçkovun və digərlərinin işlərində bu məsələlər geniş tədqiq olunmuşdur.

Qeyd edək ki, Dirak operatorunun kök vektor funksiyalar sisteminin şərtsiz bazisliyi V.A.İlinin metodu ilə V.M.Qurbanovun işində tətbiq olunmuşdur. O, L_2 fəzasında Dirak operatorunun kök funksiyalar sisteminin besselliyi və şərtsiz bazisliyi meyarlarını almışdır. Dirak operatorunun məxsusi funksiyaları sistemi L_2 fəzasında Riss bazisi əmələ gətirdikdə komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma teoremi M.Xorvat tərəfindən isbat olunmuşdur. Dirak operatorunun kök funksiyalar sistemi üçün kompaktda komponent üzrə birgəyığılma, müntəzəm yığılma, riss sistemi əmələ gətirməsi suallarının tədqiqinə G.R.Hacıyeva, V.M.Qurbanov və A.İ.İsmayılova, L.Z.Buksayevanın işləri həsr olunmuşdur.

Müəyyən sinif sərhəd şərtləri ilə verilmiş Dirak operatorunun kök vektor-funksiyalarının bazisliyi məsələləri P.Djakov və

B.Mityaginin, İ.Troşin və M.Yamomotanın, L.L.Oridoroqi və S.Xassinin işlərində tədqiq olunmuşdur. İ.Troşin və M.Yamomotanın işində potensialı L_2 – dən olan, ayrılan sərhəd şərtli Dirak operatoru üçün Riss bazisliyi isbat edilmişdir. P.Djakov və B.Mityaginin işində isə potensialı L_2 – dən olan requlyar sərhəd şərtli Dirak operatoru tədqiq olunmuşdur. Bu işdə alt fəzaların Riss bazisliyi, sərhəd şərti güclü requlyar olduqda isə Riss bazisliyi isbat olunmuşdur. Potensialı L_p, $p \geq 1$, fəzasından olan Dirak operatoru isə A.M.Savçuk və A.A.Şkalikov, A.M.Savçuk və İ.V.Sadovniçayanın işlərində tədqiq olunmuşdur və güclü requlyar sərhəd şərti halında Riss bazisliyi, requlyar sərhəd şərti halında isə (güclü requlyar olmayan) alt fəzaların Riss bazisliyi göstərilmişdir. A.A.Lunyov və M.M.Malamudun işlərində potensialı L_1 sinifindən olan 2×2, güclü requlyar sərhəd şərtli Dirak tipli sistem tədqiq olunub və kök funksiyalar sisteminin Riss bazisliyi isbat olunur. Dirixle sərhəd şərtli, potensialı L_2 -dən olan $2m \times 2m$ Dirak sistemi üçün alt fəzaların Riss bazis əmələ gətirməsi Ya.V.Mykytyk və D.V.Pyuda tərəfindən isbat edilmişdir.

Beləliklə, diferensial operatorların, o cümlədən də Dirak tipli operatorların V.A.İlin metodu ilə araşdırlımasının davam etdirilməsi maraq kəsb edir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Dissertasiya işinin obyekti 2m tərtib Dirak operatorunun kök vektor funksiyaları üzrə bazislik və birgəyığılma məsələlərinin araşdırılmasıdır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. 2m tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor-funksiyalar sisteminin L_2^{2m} fəzasında besselliyinin, şərtsiz bazisliyinin və bu operatorun məxsusi vektor funksiyalar sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik ayrılışın kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılmasını tədqiq etmək.

Tədqiqatın metodları. Dissertasiya işində diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, funksional analiz və harmonik analiz nəzəriyyələrinin üsullarından istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddüalar.

- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında kök vektor funksiyalar sisteminin besselliyi araşdırılır.
- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında kök vektor funksiyalar sisteminin şərtsiz bazisliyi araşdırılır.
- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında kök vektor funksiyalar sisteminin ekvivalent bazisliyi araşdırılır.
- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor-funksiyalar sisteminin $L_2^{2m}(0,\pi)$ fəzasında bu operatorun məxsusi vektor funksiyalar sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik ayrılışın kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılması araşdırılır.
- $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyalar sisteminin besselliyi və şərtsiz bazisliyi araşdırılır.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyaların müxtəlif L_p^{2m} normaları arasında qiymətləndirmələr alınır və sürüşmə düsturu çıxarılır.
- $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında *2m* tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyalar sisteminin bessellik meyarı alınır.
- $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında *2m* tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyalar sisteminin şərtsiz bazislik meyarı alınır.
- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor-funksiyalar sisteminin $L_2^{2m}(0,\pi)$ fəzasında bu operatorun məxsusi vektor funksiyalar sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik ayrılışın kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılması teoremi isbat olunur.
- Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyaların müxtəlif L_p normaları arasında qiymətləndirmələr isbat olunur, $L_2^{2m}(0,2\pi)$ -də həmin operatorun kök vektor-funksiyalar sisteminin bessellik meyarı və şərtsiz bazislik meyarı alınır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələr diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsində, riyazi fizika məsələlərinin həlli zamanı Furye metodunun əsaslandırılmasında və funksiyaların approksimasiyası nəzəriyyəsində istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri Azərbaycan-Türkiyə-Ukrayna MADEA 7 Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015); İnternational Workshop on "Non-harmonic Analysis and Differential Operators" (Baku, May 25-27, 2016); International conference on mathematical advances and applications Istanbul-Turkey (Baku, 2018); Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60-illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransında (Bakı, 2019); Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Riyazi analiz kafedrasının seminarında (rəhbər, f.r.e.d., prof.B.Ə.Əliyev) məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhvəsi. Alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın tam məzmunu müəllifin 10 elmi işində dərc edilmişdir, əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin «Riyazi analiz» kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işinin ümumi həcmi–214600 işarə (titul səhifəsi–320 işarə, mündəricat–2280 işarə, giriş–46000 işarə, I fəsil–98000 işarə, II fəsil–66000 işarə, nəticə–2000 işarə). İstifadə olunan ədəbiyyat siyahısı 102 ədəbiyyatdan ibarətdir.

DISSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi girişdən, iki fəsildən və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin mövzusu ilə əlaqəli olan işlərin icmalı verilmiş, həmçinin dissertasiyada alınan nəticələrin qısa məzmunu şərh olunmuşdur.

Birinci fəsildə ixtiyari $G = (a, b)$ intervalında $2m$ tərtib Dirak tipli

$$Du = B\frac{du}{dx} + P(x)u\,,\ u = \left(u_1, u_2, \ldots, u_{2m}\right)^T\,,\ m \geq 1 \qquad (1)$$

operatoruna baxılır. Burada $B = \begin{pmatrix} 0 & J \\ -J & 0 \end{pmatrix}$ və ya $B = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{pmatrix}$, I -operatoru E^m –də vahid operator, $J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 \\ .. & .. & \ldots & .. & .. \\ 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{pmatrix}$ – $m \times m$ matrisdir $P(x) = \left(p_{ij}(x)\right)_{i,j=1}^{2m}$ – $2m \times 2m$ kompleksqiymətli matris funksiyadır.

Bu operatorun məxsusi və qoşulmuş vektor-funksiyaları üçün sürüşmə və orta qiymət düsturları tapılır, bu vektor funksiyaların müxtəlif L_p^{2m} normaları arasında qiymətləndirmələr alınır, məxsusi və qoşulmuş vektor-funksiyalar sisteminin $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında besselliyi və şərtsiz bazisliyi üçün zəruri və kafi şərt tapılır, həmin fəzada məxsusi və qoşulmuş vektor-funksiyalar sistemi üçün ekvivalent bazis haqqında teorem isbat olunur, $P(x)$ matris funksiyası dioqonal şəkildə olduqda baxılan operatorun tam ortonormal məxsusi vektor-funksiyaları üzrə $L_2^{2m}(0,\pi)$ fəzasından olan funksiyaların spektral ayrılışı ilə onun uyğun komponentinin triqonomterik Furye sırasına ayrılışının kompaktda müntəzəm birgəyığılması haqqında teorem isbat edilir, onun nəticəsi olaraq komponent üzrə lokalizasiya prinsipi alınır.

V.A.İlinin işlərinə əsaslanaraq D operatorunun məxsusi və qoşulmuş vektor – funksiyalarını sərhəd şərti ilə bağlamayacaq, yəni D opertaorunun λ kompleks məxsusi ədədinə uyğun məxsusi – vektor funksiyası eyniliklə sıfır olmayan, mütləq kəsilməz və G – də sanki hər yerdə

$$D\overset{0}{u} = \lambda \overset{0}{u}.$$

ödəyən ixtiyari $\overset{0}{u}(x)$ vektor funksiyası başa düşülür. Anoloji olaraq D operatorunun həmin λ məxsusi ədədinə və $\overset{0}{u}(x)$ məxsusi – vektor funksiyasına uyğun $l-inci,\ (l \geq 1),$ tərtib qoşulmuş vektor funksiyası mütləq kəsilməz və sanki hər yerdə

$$D\overset{l}{u} = \lambda \overset{l}{u} + \overset{l-1}{u}$$

tənliyini ödəyən ixtiyari $\overset{l}{u}(x)$ vektor funksiyası başa düşülür.

Teorem 1. *Tutaq ki,* $p_{ij}(x),\ i,j=\overline{1,2m}$ *funksiyaları* $L_1^{loc}(G)$ *sinfinə daxildirlər.*

Onda ixtiyari $K \subset G$ *kompaktı üçün* λ *- dan asılı olmayan elə* $C^r(K,l,m),\ r=1,2;\ l=0,1,2,...$ *sabitləri var ki, aşağıdakı qiymətləndirmələr doğrudur:*

$$\left\| \overset{l-1}{u} \right\|_{L_\infty^{2m}(K)} \leq C^1(K,l,m)\left(1+\left|\operatorname{Im}\lambda\right|\right)\left\| \overset{l}{u} \right\|_{L_\infty^{2m}(K)}, \tag{2}$$

$$\left\| \overset{l}{u} \right\|_{L_\infty^{2m}(K)} \leq C^2(K,l,m)\left(1+\left|\operatorname{Im}\lambda\right|\right)^{1/p}\left\| \overset{l}{u} \right\|_{L_p^{2m}(K)},\ 1 \leq p < \infty, \tag{3}$$

ədə $\overset{-1}{u} \equiv 0.$

Qeyd 1. Əgər G - sonlu interval olarsa və $p_{ij}(x)(i,j=\overline{1,2m})$ funksiyaları $L_1(G)$ sinfinə daxil olarsa, (1) və (2) qiymətləndir-mələri $K=\overline{G}$ halında da doğrudur.

Qeyd edək ki, adi diferensial operatorların kök funksiyaları üçün bu tip qiymətləndirmələr V.A.İlinin, N.B.Kərimovun, L.V.Kriçkovun, V.M.Qurbanovun, İ.S.Lomovun, V.V.Tixomirovun işlərindən alınmış və öz geniş tətbiqlərini tapmışdır. Dirak operatoru üçün bu tip qiymətləndirmələr V.M.Qurbanovun, V.M.Qurbanov və

A.İ.İsmayılovanın, Ə.M.Abdullayevanın, L.Z.Buksayevanın işlərində alınmışdır.

Tərif 1: Əgər elə M sabiti varsa ki, $f(x) \in L_2^{2m}(G)$ vektor-funksiyası üçün

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left| (f, \vartheta_k) \right|^2 \leq M \| f \|_2^2 .$$

bərabərsizlik ödənsin, onda $\{\vartheta_k(x)\}_{k=1}^{\infty} \subset L_2^{2m}(G)$ sistemi Bessel sistemi adlanır.

Tərif 2: Əgər $\{\tau_k(x)\}_{k=1}^{\infty} \subset L_2^{2m}(G)$ və $\{\vartheta_k(x)\}_{k=1}^{\infty} \subset L_2^{2m}(G)$ sistemləri üçün

$$\sum_{k=1}^{\infty} \| \vartheta_k - \tau_k \|_2^2 < \infty .$$

münasibəti ödənirsə, onda deyirlər ki, bu sistemlər $L_2^{2m}(G)$ – də kvadratik yaxındırlar.

Tərif 3: H Hilbert fəzasında verilmiş iki elementlər ardıcıllığı üçün elə xətti məhdud və məhdud tərsi olan operator varsa ki, bu ardıcıllıqlardan birini digərinə keçirir, onda bu sistemlərə H fəzasında ekvivalent ardıcıllıqlar deyilir.

1.3.1-də $L_2^{2m}(G)$, $G = (0, 2\pi)$ – fəzasında cəmlənən əmsallı D operatorunun kök funksiyalar sisteminin besselliyi araşdırılır və bessellik meyarı tapılır.

Tutaq ki, $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ - D operatorunun məxsusi və qoşulmuş məxsusi – vektor funksiyalarından təşkil olunmuş ixtiyari sistem, $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ – isə uyğun məxsusi ədədlər sistemidir. Bundan əlavə fərz edilir ki, $\psi_k(x)$ vektor funksiyası $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sisteminə özündən aşağı tərtibli bütün uyğun qoşulmuş funksiyalarla birlikdə daxil olur. Bu isə o deməkdir ki, G – də sanki hər yerdə

$$D\psi_k = \lambda_k \psi_k + \theta_k \psi_{k-1}$$

münasibəti ödənir. Burada θ_k ya 0 (bu halda $\psi_k(x)$- məxsusi vektor - funksiyadır), ya da 1 (bu halda $\psi_k(x)$- qoşulmuş vektor – funksiyadır və $\lambda_k = \lambda_{k-1}$ olduğu fərz edilir) qiymətlərini alır, $\theta_1 = 0$.

Teorem 2. (Bessellik kriteriyası). *Tutaq ki,* $P(x) \in L_1(G) \otimes C^{2m \times 2m}$, *məxsusi və qoşulmuş vektor funksiyalar zəncirlərinin uzunluqları müntəzəm məhduddur və elə* C_0 *sabiti var ki,*

$$\left|\operatorname{Im} \lambda_k\right| \le C_0, \qquad k = 1,2,... . \tag{4}$$

Onda $\left\{\psi_k(x)\|\psi_k\|_2^{-1}\right\}_{k=1}^{\infty}$ *sisteminin* $L_2^{2m}(G)$*–də Besselliyi üçün zəruri və kafi şərt elə* M_1 *ədədinin varlığıdır ki , ixtiyari* τ *həqiqi ədədi üçün*

$$\sum_{\left|Re\lambda_k - \tau\right| \le 1} 1 \le M_1 , \tag{5}$$

münasibəti ödənsin.

D operatorunun formal qoşma operatorunu D^* ilə işarə edək , yəni

$$D^* = B\frac{d}{dx} + P^*(x)$$

Burada $P^*(x)$ matrisi $P(x)$ – ə qoşma matrisdir.

Fərz edək ki, $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi $L_2^{2m}(G)$- də minimaldır. $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ isə ona biortoqonal sistem olub, D^* operatorunun məxsusi və qoşulmuş vector – funksiyalarından təşkil olunmuşdur, yəni $D^*\varphi_k = \overline{\lambda}_k\varphi_k + \theta_{k+1}\varphi_{k+1}$.

1.3.2 – də D opertaorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarının bazislik məsələsi araşdırılır. $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında şərtsiz bazislik meyarı tapılır və ekvivalent bazis haqqında teorem isbat olunur.

Teorem 3. (Şərtsiz bazislik). *Tutaq ki,* $P(x) \in L_1(G) \otimes C^{2m \times 2m}$, *məxsusi və qoşulmuş vektor funksiyalar zəncirlərinin uzunluqları müntəzəm məhduddur,* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *və* $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemlərindən hər hansı biri* $L_2^{2m}(G)$ *- də tamdır və (4) şərti ödənir.*

Onda bu sistemlərin ixtiyari birinin $L_2^{2m}(G)$ *- də şərtsiz bazis əmələ gətirməsi üçün zəruri və kafi şərt elə* M_1 *və* M_2 *ədədlərinin varlığıdır ki, (4) və*

$$\|\psi_k\|_2 \|\varphi_k\|_2 \le M_2, \qquad k = 1,2,... \tag{6}$$

bərabərsizlikləri ödənsin.

Qeyd 2. Qeyd edək ki, teorem 3-ün şərtləri daxilində (5) və (6) bərabərsizliklərinin ödənməsi $\left\{\psi_k(x)\|\psi_k(x)\|_2^{-1}\right\}_{k=1}^{\infty}$ və $\left\{\varphi_k(x)\|\varphi_k(x)\|_2^{-1}\right\}_{k=1}^{\infty}$ sistemlərinin $L_2^{2m}(G)$-də Riss bazisi təşkil etməsi üçün zəruri və kafidir.

Qeyd 3. Teorem 3-ün kafi hissəsindəki kök funksiyaların zəncirlərinin uzunluqlarının müntəzəm məhdudluğu şərtini tələb etməmək olar. Çünki, bu şərtin ödənməsini (5) bərabərsizliyi təmin edir.

Teorem 4. (Ekvivalent bazis haqqında). *Tutaq ki,* $P(x) \in L_1(G) \otimes C^{2m \times 2m}$, *(4)-(6) şərtləri ödənir və* $\left\{\psi_k(x)\|\psi_k(x)\|_2^{-1}\right\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi* $L_2^{2m}(G)$ *fəzasının hər hansı* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *bazisinə kvadratik yaxındır.*

Onda $\left\{\psi_k(x)\|\psi_k(x)\|_2^{-1}\right\}_{k=1}^{\infty}$ *və* $\left\{\varphi_k(x)\|\psi_k(x)\|_2\right\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemləri* $L_2^{2m}(G)$*- də bazis əmələ gətirirlər, bu sitemlər uyğun olaraq* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *və onun biortoqonal qoşmasına ekvivalent bazislərdir.*

1.4 – də Dirak tipli

$$D\psi = B\frac{d\psi}{dx} + P(x)\psi\,, \quad x \in G = (0,\pi), \tag{7}$$

operatorun ortoqonal məxsusi vektor – funksiyaları üzrə 2m komponentli vektor – funksiyaların spektral ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma məsələsi araşdırılır. Burada $P(x) = diag\,(p_1(x), p_2(x), \ldots, p_{2m}(x))$; $\psi = \left(\psi^1, \psi^2, \ldots, \psi^{2m}\right)^T$; $p_l(x), l = \overline{1,2m}$ - funksiyaları $L_p(0,\pi)$, $p > 2$, fəzasına daxil olan həqiqiqiymətli funksiyalardır. Komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma və komponent üzrə lokalizasiya prinsipi haqqında teoremlər isbat olunur.

Fərz edək ki, $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sisemi D operatorunun məxsusi vektor – funksiyalarından təşkil olunmuş $L_2^{2m}(G)$ fəzasında tam ortonormal sistemdir, $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\lambda_k \in R$, isə uyğun məxsusi ədədlər sistemidir.

İxtiyari $f(x) \in L_2^{2m}(G)$ funksiyasının $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sistemi üzrə spektral ayrılışının xüsusi cəmini daxil edək:

$$\sigma_\nu(x,f) = \left(\sigma_\nu^1(x,f), \sigma_\nu^2(x,f), \ldots, \sigma_\nu^{2m}(x,f)\right)^T,$$

burada

$$\sigma_\nu^j(x,f) = \sum_{|\lambda_k| \le \nu} (f,\psi_k)\,\psi_k^j(x),$$

$$\psi_k(x) = \left(\psi_k^1(x), \psi_k^2(x), \ldots, \psi_k^{2m}(x)\right)^T,$$

$$f(x) = \left(f_1(x), f_2(x), \ldots, f_{2m}(x)\right)^T.$$

$\sigma_\nu(x,f)$ xüsusi cəmi ilə yanaşı

$$S_\nu(x,f) = \left(S_\nu(x,f_1), S_\nu(x,f_2), \ldots, S_\nu(x,f_{2m})\right)^T,$$

vektorunu təyin edək.

Burada $S_\nu\left(x, f_j\right)$, $j=\overline{1,2m}$, $f_j(x)$ funksiyasının modifisə olunmuş xüsusi cəmidir , yəni

$$S_\nu\left(x, f_j\right)=\frac{1}{\pi}\int_G \frac{\sin\nu(x-y)}{x-y} f_j(y)\,dy, \quad \nu>0.$$

Bu paraqrafın əsas nəticəsi növbəti iki teoremdə cəmləşir.

Teorem 5. *Fərz edək ki,* $p_l(x)$, $l=\overline{1,2m}$, *funksiyaları* $L_p(G)$, $p>2$, *sinfinə daxildirlər.*

Onda $f(x)\in L_2^{2m}(G)$ *funksiyası üçün ixtiyari* $K\subset G$ *kompaktında*

$$\lim_{\nu\to+\infty}\left\|\sigma_\nu^j(\cdot, f)-S_\nu\left(\cdot, f_j\right)\right\|_{C(K)}=0, \quad j=\overline{1,2m}, \tag{8}$$

münasibətləri doğrudur.

Teorem 5 – dən triqonometrik Furye sırası lokalizasiya prinsipinə əsasən aşağıdakı komponent üzrə lokalizasiya prinsipi alınır.

Teorem 6. *Fərz edək ki, Teorem 5 – in şərtləri ödənilir.*

Onda ixtiyari $f(x)\in L_2^{2m}(G)$ *funksiyasının* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı üçün komponent üzrə lokalizasiya prinsnipi doğrudur: bu ortoqonal ayrılışın* j *- ci komponentinin* $x_0\in G$ *nöqtəsində yığılması və dağılması* x_0 *nöqtəsinin yaxın ətrafında ancaq* $f(x)$ *funsiyasının* $f_j(x)$ j *-ci komponentinin özünü aparmasından asılıdır (digər komponentlərdən asılı deyil).*

Dissertasiyanın **II fəslində** $G=(a,b)$, $mesG<\infty$ intervalında təyin olunmuş

$$D_1 y = By' + P(x)y,$$

$$y(x)=\left(y_1(x),\ y_2(x)\right)^T,$$

operatoruna baxılır. Burada $B=\begin{pmatrix}0 & b_1\\ b_2 & 0\end{pmatrix}$, $b_2<0<b_1$, $P(x)=diag\ \left(p_1(x),\ p_2(x)\right)$, $p_1(x)$ və $p_2(x)$ kompleksqiymətli funksiyalardır.

Bu fəsildə baxılan D_1 operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarının müxtəlif L_p^2 normaları arasında qiyətləndirmələr isbat olunur, məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin $L_2^2(G)$ fəzasında Besselliyi və şərtsiz bazisliyi üçün meyarlar tapılır.

2.1 – də iki qonşu qoşulmuş funksiyanın L_∞^2 normaları arasında və eyni bir qoşulmuş funksiyanın L_∞^2 və L_p^2, $1 \le p < \infty$, normaları arasında qiymətləndirmələr alınır.

Bu paraqraf iki alt paraqrafa ayrılıb. 2.1.1 alt paraqrafında D_1 operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üçün sürüşmə və orta qiymət düsturları alınır.

Lemma 1. (Sürüşmə və orta qiymət düsturları). *Əgər $p_1(x)$ u $p_2(x)$ funksiyaları $L_1^{loc}(G)$ sinfinə daxildirlərsə və $x-t,\ x,\ x+t$ nöqtələri G oblastına daxil olan nöqtədirsə, onda aşağıdakı düsturlar doğrudur*

$$\overset{l}{u}(x+t)=\left[\cos\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}\,t\,I-\sin\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}\,t\,\frac{B}{\sqrt{|b_1b_2|}}\right]\overset{l}{u}(x)+$$

$$+B^{-1}\int_x^{x+t}\left(\sin\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}(t-\xi+x)\frac{B}{\sqrt{|b_1b_2|}}-\cos\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}(t-\xi+x)I\right)\times$$

$$\times\left[P(\xi)\overset{l}{u}(\xi)-\overset{l-1}{u}(\xi)\right]d\xi, \qquad (9)$$

$$\overset{l}{u}(x-t)=\left[\cos\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}\,t\,I+\sin\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}\,t\,\frac{B}{\sqrt{|b_1b_2|}}\right]\overset{l}{u}(x)+$$

$$+B^{-1}\int_{x-t}^{x}\left(\sin\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}(t+\xi-x)\frac{B}{\sqrt{|b_1b_2|}}+\cos\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}(t+\xi-x)I\right)\times$$

$$\times\left[P(\xi)\overset{l}{u}(\xi)-\overset{l-1}{u}\,\xi\right]d\xi, \tag{10}$$

$$\overset{l}{u}(x+t)+\overset{l}{u}(x-t)=2\overset{l}{u}(x)\cos\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}\,t+$$

$$+B^{-1}\int_{x-t}^{x+t}\left(\sin\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}\,(t-|x-\xi|)\frac{B}{\sqrt{|b_1b_2|}}-sgn(\xi-x)\cos\frac{\lambda}{\sqrt{|b_1b_2|}}\,(t-|x-\xi|)I\right)\times$$

$$\times\left[P(\xi)\overset{l}{u}(\xi)-\overset{l-1}{u}(\xi)\right]d\xi, \tag{11}$$

Burada I - E^2 fəzasında vahid operatordur (E^2 - ikiölçülü evklid fəzasıdır).

(9) - (11) düsturlarına əsasən 2.1.2 altparaqrafında D_1 operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları üçün aşağıdakı qiymətləndirmələr isbat olunur.

Teorem *7. Fərz edək ki, $p_1(x)$, $p_2(x)$ $L_1^{loc}(G)$ fəzasına daxildir.*

Onda ixtiyari $K\subset G$ kompaktı üçün λ - dan asılı olmayan elə $C^i(K,l,b_1,b_2)$, $i=1,2$, $l=0,1,2,...,$ sabitləri var ki, aşağıdakı qiymətləndirmələr doğrudur

$$\left\|\overset{l-1}{u}\right\|_{L^2_\infty(K)}\le C^1(K,l,b_1,b_2)(1+|Im\,\lambda|)\left\|\overset{l}{u}\right\|_{L^2_\infty(K)}, \tag{12}$$

$$\left\|\overset{l}{u}\right\|_{L^2_\infty(K)}\le C^2(K,l,b_1,b_2)(1+|Im\,\lambda|)^{\frac{1}{p}}\left\|\overset{l}{u}\right\|_{L^2_p(K)},\ \ 1\le p<\infty \tag{13}$$

Qeyd 4. Əgər G sonlu interval olarsa və $p_1(x)$ və $p_2(x)$ funksiyaları $L_1(G)$ - yə daxildirlərsə, onda (12) və (13) qiymətləndirmələri $K=\overline{G}$ olduqda da doğrudur.

2.2 – də D_1 Dirak tipli operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sisteminin $L_2^2(G)$ fəzasında Bessellik və şərtsiz bazislik meyarları tapılır.

Tutaq ki, $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ - D_1 operatorunun operatorunun məxsusi və qoşulmuş vektor – funksiyalarından təşkil olunmuş ixtiyari sistemdir, $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ - ona uyğun məxsusi ədədlər sistemidir. Bundan əlavə fərz edilir ki, $u_k(x)$ vektor – funksiyası $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ sisteminə ona uyğun bütün aşağı tərtibli qoşulmuş funksiyalarla birlikdə daxil olur.

Bu paraqrafın əsas nəticələri aşağıdakı teoremlərdə cəmləşir.

Teorem 8. (Bessellik meyarı). *Tutaq ki, G - sonlu intervaldır, $p_1(x)$ və $p_2(x)$ funksiyaları $L_2(G)$ fəzasına daxildirlər və operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar zəncirlərinin uzunluqları müntəzəm məhduddur və elə C_0 sabiti var ki,*

$$|Im\,\lambda_k| \le C_0, \quad k = 1,2,\ldots \tag{14}$$

münasibəti ödənir.

Onda $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ $\left(\varphi_k(x) = u_k(x)\|u_k\|_{2,2}^{-1}\right)$ sisteminin Bessel bərabərsizliyini ödəməsi üçün zəruri və kafi şərt elə K sabitinin varlığıdır ki,

$$\sum_{|\mathrm{Re}\,\lambda_k - \nu| \le 1} 1 \le K \tag{15}$$

münasibəti ixtiyari ν - həqiqi ədədi üçün ödənsin.

D_1^* ilə D_1 operatorunun formal qoşma operatorunu işarə edək, yəni

$$D_1^* = -B^* \frac{d}{dx} + P^*(x)$$

Burada $P^*(x)$ - matrisi $P(x)$ matrisinə qoşma matrisdir.

Teorem 9. (Şərtsiz bazislik haqqında). *Fərz edək ki,* G *- sonlu intervaldır,* D_1 *operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından təşkil olunmuş* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *- sistemi* $L_2^2(G)$ *- də tam və minimal sistemdir,* $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sisteminə biortoqonal qoşma olan* $\{\upsilon_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sistemi* D_1^* *operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyalarından təşkil olunmuş (yəni,* $D_1^* \upsilon_k = \overline{\lambda}_k \upsilon_k + \theta_{k+1} \upsilon_{k+1}$*), məxsusi və qoşulmuş funksiyalar zəncirinin uzunluqları müntəzəm məhduddur və (14) şərti ödənir.*

Onda $\{u_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *sisteminin* $L_2^2(G)$ *- də şərtsiz bazis olması üçün zəruri və kafi şərt elə* K *və* M_1 *sabitlərinin varlığıdır ki, (15) və*

$$\|u_k\|_{2,2} \cdot \|\upsilon_k\|_{2,2} \leq M_1 , \qquad k = 1,2,.... \tag{16}$$

münasibəti ödənsin.

Qeyd edək ki, Teorem 9 – un şərtləri daxilində (15) və (16) münasibətlərinin ödənməsi $\left\{ u_k(x) \|u_k\|_{2,2}^{-1} \right\}$ sisteminin $L_2^2(G)$ - də Riss bazisi təşkil etməsi üçün zəruri və kafidir.

Sonda məsələlərin qoyuluşuna, dəyərli məsləhətlərinə və müntəzəm diqqətinə görə elmi rəhbərim professor V.M.Qurbanova öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

NƏTİCƏ

- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyaların müxtəlif L_p^{2m} normaları arasında qiymətləndirmələr alınır və sürüşmə düsturu çıxarılır.
- $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında *2m* tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyalar sisteminin bessellik meyarı alınır.
- $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında *2m* tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyalar sisteminin şərtsiz bazislik meyarı araşdırılır.
- $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında *2m* tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyalar sisteminin ekvivalent bazislik teoremi isbat olunur.
- 2m tərtibli Dirak tipli operatorun kök vektor-funksiyalar sisteminin $L_2^{2m}(0,2\pi)$ fəzasında bu operatorun məxsusi vektor funksiyalar sistemi üzrə ortoqonal ayrılışı ilə triqonometrik ayrılışın kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılması araşdırılır.
- Dirak tipli operatorun kök vektor funksiyaların müxtəlif L_p^2 normaları arasında qiymətləndirmələr isbat olunur, və $L_2^2(G)$, $G=(a,b)$, $mesG<\infty$ -də həmin operatorun kök vektor-funksiyalar sisteminin bessellik meyarı və şərtsiz bazisliyi alınır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Kurbanov, V.M., Ismailova, A.I., Hajiyeva, G.R. Basicity of the systems of root vector-functions of one dimensional Dirac operator // Madea-7. Azerbaijan-Turkey-Ukrainian International conference. Mathematical Analysis, Differential Equations and their applications. -Baku: 2015. -pp.96-98.
2. Гаджиева, Гю.Р. Неравенство Рисса и базисность для системы типа Дирака $2m$-го порядка // Əməkdar elm xadimi, professor Əmir Şamil oğlu Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü il dönümünə həsr olunmuş "Funksion alanaliz və onun tətbiqləri" adlı Elmi Konfransın Materialları., -Bakı: -2016. -с. 118-120.
3. Гаджиева, Гю.Р. Оценки для корневых вектор-функций оператора типа Дирака $2m$-го порядка // Известия педагогического университета. Серия математических и естественных наук., -Баку: -2017. №1, -с. 41-52.
4. Курбанов, В.М., Гаджиева, Гю. Р. Теорема о безусловной базисности для системы типа Дирака $2m$-го порядка //AMEA-nın Müxbir üzvü, tanınmış alim və görkəmli riyaziyyatçı, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor Qoşqar Teymuroğlu Əhmədovun anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri" adlı Respublika Elmi Konfransının Materialları. -Bakı: -2017, -с.211-212.
5. Kurbanov, V.M., Ibadov, E.J., Hajiyeva, G.R. On Bessel property and unconditional basicity of the $2m\times 2m$ system of root vector-functions of Dirac type operator//Azerbaijan Journal of Mathematics, -Baku: -2017. v.7, №2, -pp.21-32.
6. Hajiyeva G.R. Estemations for the root functions of a Dirac type operator // ICOMAA, International conference on Mathematical advances and applications. -Istanbul/Turkey: -2018. -pp.69.
7. Гаджиева, Гю. Р. Оценки для корневых функций оператора типа Дирака // Известия педагогического университета. Серия математичес-ких и естественных наук., -Баку: -2019. С.67, №2, -с.32-47.

8. Kurbanov, V.M., Hajiyeva, G.R. Estimations for root vectors of the functions of Dirac type operator // Modern problems of Mathematics and Mechanics Proceedings of the International conference devoted of the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan National Academy of Sciens. –Bakı: -2019. -pp.318-320.
9. Курбанов, В.М., Гаджиева, Гю. Р. Неравенство Бесселя и базисность для $2m \times 2m$ системы типа Дирака с суммируемым потенциалом // Дифференц. уравнения, - Москва: -2020. т.56, №5, -с.584-594.
10. Hajiyeva G.R. On uniform equiconvergence for Dirac type $2m \times 2m$ systems // Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mathematics, Baku: -2020. v.40, №1, -pp.88-95.

Dissertasiyanın müdafiəsi **«23» sentyabr 2022**-ci il tarixində saat 14^{00}-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının nəzdində fəaliyyət göstərən Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər AkademiyasıRiyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyasıyaları Azərbaycan Milli Elmlər AkademiyasıRiyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **07 iyul 2022**-ci il tarixdə zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 10.06.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcmi: 36138
Tiraj: 50