

АЗЕРБАЙДЖАНСКАЯ РЕСПУБЛИКА

На правах рукописи

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ
ЗАДАЧ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ И
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Специальность: 1203.01 – Компьютерные науки

Отрасль науки: Математика

Соискатель: **Кулиев Самир Закир оглы**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора наук

БАКУ – 2022

Диссертационная работа выполнена в Институте Систем
Управления Национальной Академии Наук Азербайджана

Научный
консультант:

доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент
НАН Азербайджана

Официальные
оппоненты:

Айда-заде Камиль Раджаб оглы
доктор физико-математических наук,
профессор

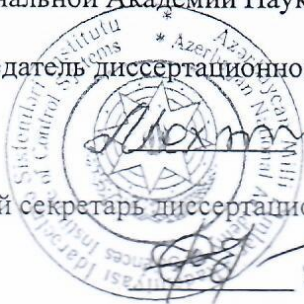
Стецюк Пётр Иванович
доктор технических наук, профессор

Горнов Александр Юрьевич
доктор физико-математических наук,
профессор

Фикрет Гюльали оглы Фейзиев
доктор математических наук
Юсиф Солтан оглы Гасымов

Диссертационной Совет ЕД 1.19 Высшей Аттестационной
Комиссии при Президенте Азербайджанской Республики,
действующий на базе Института Систем Управления
Национальной Академии Наук Азербайджана

Председатель диссертационного совета: д.ф.-м.н., профессор



Галина Юрьевна Мехдиева

Ученый секретарь диссертационного совета: к.ф.-м.н., доцент

Эльхан Нариман оглы Сябзнев

Председатель научного семинара: член-корр. НАНА, д.ф.-м.н.,
профессор

Вагиф Рза оглы Ибрахимов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Известно, что исследование многих динамических объектов и процессов проводится поэтапно, среди которых выделяют два основных: 1) построение адекватной математической модели; 2) оптимизация и оптимальное управление исследуемым объектом.

Одним из первых систематических изложений многообразных алгоритмов и способов идентификации является работа П.Эйкхоффа. Среди наиболее значимых работ, посвященных вопросам идентификации линейных динамических систем, следует отметить работы Д.Гроппа, Э.П.Сэйджа и Дж.Л.Мелсы, Л.Льюнга, Я.З.Цыпкина, Н.С.Райбмана, Ш.Е.Штейнберга и др.

С задачами параметрической идентификации математических моделей тесно связаны обратные задачи математической физики. Наиболее активное их изучение начато такими учеными как А.Н.Тихонов, М.М.Лаврентьев, А.А.Самарский и др. В последние два десятилетия этими задачам уделяется большое внимание многими учеными такими как П.Н.Вабищевич, В.К.Иванов, Ю.М.Кулибанов, С.И.Кабанихин, А.Л.Карчевский и др., в том числе учеными республики А.Искендеров, Р.Тагиев, В.М.Абдуллаев, А.Б.Рагимов, А.Я.Ахундов, Я.Т.Мегралиев и др.

Теория управления нелинейными системами является чрезвычайно важной и активно развивающейся областью науки. В общем случае многие физические системы, и технические системы в частности, являются, как правило, нелинейными и характеризуются многомерностью, нестационарностью, большой размерностью и неопределенностью математической модели. Синтез законов управления для таких систем часто связан со значительными трудностями как теоретического, так и вычислительного характера. В решении этих проблем важную роль играет теория оптимального управления как объектами с сосредоточенными (ОСП), так и с распределенными параметрами

(ОРИ). Несмотря на ее уже достаточно большую историю развития, наиболее серьезные результаты были получены лишь в 50-60х годах прошлого столетия. Большую роль сыграли такие ученые, как Р.Э.Беллман, Л.С.Понтрягин, Р.Ф.Габасов, Ф.М.Кириллова, и др. Немалый вклад внесли ученые нашей республики такие, как Г.Ахмедов, А.Искендеров, С.Гасанов, М.Марданов, К.Мансимов, М.Ягубов, К.Айда-заде, Р.Тагиев, Г.Гулиев, Т.Меликов, И.Алиев и др. Но наибольшая проблема в теории и практике управления занимает проблема синтеза управляющих воздействий при различных видах обратной связи с объектом.

Задача синтеза управления с обратной связью достаточно полно изучена для линейных систем в случае, когда вектор состояния доступен измерению. На практике непосредственному измерению доступен лишь вектор выхода, функционально связанный с вектором состояния. Данный факт очевидным образом приводит к необходимости решения задачи синтеза стабилизирующего управления с обратной связью по выходу. Несмотря на естественность такой постановки, указанная задача остается не исследованной полностью даже для линейных систем со статической обратной связью. Обзор результатов по данной тематике можно найти в работах Б.Т.Поляка и П.С.Щербакова, V.L.Syrmos, С.Т.Abdallah, P.Dorato, и K.Grigoriadis. Недавние результаты по дискретным системам представлены в работе G.Garcia, B.Pradin, S.Tarbouriech., и F.Zeng. В республике важные результаты в этом направлении получены Ф.А.Алиевым и его учениками. К настоящему времени получен ряд необходимых и достаточных условий стабилизации с использованием статической обратной связи по выходу (D.Youla, V.Kucera, T.Iwasaki, R.Skelton и др.). В то же время практика управления требует решения таких задач, в том числе в условиях неопределенности параметров объекта (робастная стабилизация). В соответствии с этим представляется важной разработка методов и алгоритмов решения задачи стабилизации и робастной

стабилизации по выходу на основе достаточных условий и конструктивных эвристических процедур.

В последние десятилетия разработан ряд эффективных методов синтеза управления нелинейными объектами. Значительные результаты в развитии методов синтеза управления нелинейными объектами получены в работах Ф.А. Алиева и В.Б. Ларина, А.А. Красовского, Я.З. Цыпкина, В.А. Якубовича, А.И. Егорова, Т.К. Сиразетдинова, А.А. Бобцова, И.В. Мирошника, В.О. Никифорова и А.Л. Фрадкова, D.J. Hill и P. Moylan, A. Isidori, I. Kanellakopoulos и M. Karstic, H.K. Khalil, P.V. Kokotovic, R. Marino и P. Tomei, K.S. Narendra, S.S. Sastry, E.D.Sontag, и др.

Задачи управления с обратной связью усложняются в случае объектов, описываемых существенно нелинейными системами и при невозможности организации непрерывного наблюдения за состоянием объекта. Методы линеаризации нелинейных систем приводят к большим погрешностям аппроксимации, и как следствие соответствующие линеаризованные системы регулирования, управления недостаточно адекватны происходящим процессам. С другой стороны, теоретические результаты, методы, разработанные для линейных систем к нелинейным системам практически не применимы, так как они приводят к сложным вычислительным задачам, решение которых требуется для некоторых подходов проводить в темпе с процессом (в режиме реального времени).

Диссертационная работа посвящена исследованию вышеуказанных проблем параметрической идентификации систем как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами, синтеза управляющих параметров для этих систем. Для решения этих проблем используется единый подход, заключающийся во введении в рассмотрение понятия «зональных параметров», как для идентификации, так и управляющих воздействий.

Цель работы. Разработка и математическое обоснование методов решения задач оптимизации и параметрической

идентификации для ОСП и ОРП, разрывными правыми частями, иллюстрация их применения в решении практических задач.

Разработка программного обеспечения в виде пакетов прикладных программ оптимизации, а также разработка системы управления в автоматическом и диалоговом режимах с применением современных информационных и компьютерных технологий, и параллельных вычислений.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- Предложен и обоснован численный метод решения задач параметрической идентификации динамических, в общем случае, нелинейных ОСП, описываемых системами нелинейных дифференциальных уравнений с обыкновенными производными.
- Предложен подход к решению класса обратных задач по определению поверхностей переключения, зависящих от состояния динамического процесса, описываемого разрывной системой обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Предложен подход к численному решению задачи синтеза оптимального управления объектами, описываемыми системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений при различных видах обратной связи по входу/выходу и на различных классах зональных управляющих функций при неточно заданной информации о значениях начальных условий и параметрах объекта.
- Для систем принятия решения по управлению динамическими процессами предложен подход, заключающийся в совмещении этапов параметрической идентификации математической модели и оптимизацию режимов.
- Решены задачи идентификации нелинейных коэффициентов математических моделей и синтеза управления относительно конкретных ОРП с применением предложенных подходов.
- Предложен численный метод решения задачи идентификации коэффициента гидравлического сопротивления, зависящего от режимов движения углеводородного сырья на линейном

участке трубопровода, описываемая системой гиперболических уравнений.

- Для ОРП на примере управления процессом нагрева теплообменником с запаздыванием во времени в крайевых условиях на основе непрерывного наблюдения за фазовым состоянием объекта в определенных его точках предложен подход к синтезу управляющих воздействий.
- На примере задач управления процессами нагрева стержня и пластины предложен подход к синтезу управления сосредоточенными источниками для ОРП на основе непрерывного наблюдения за фазовым состоянием в определенных точках объекта.
- Создано математическое и программное обеспечения решения сложных оптимизационных задач на основе диалогового и автоматического управления пакетом программ безусловной оптимизации с применением параллельных вычислений на современных компьютерных системах с многопроцессорной/многоядерной архитектурой. Разработанные системы оснащены обширной библиотекой алгоритмов оптимизации.

Общая методика исследования. В диссертационной работе использованы: математические методы моделирования нестационарных процессов; численные методы решения дифференциальных уравнений, оптимального управления, конечномерной оптимизации; современные информационные технологии и средства программирования.

Теоретическая и практическая ценность. Научная и практическая ценность рассматриваемых в диссертации задач заключается в том, что используемый подход к математическому моделированию исследуемых процессов и их последующему оптимальному управлению, а также соответствующие им компьютерные коды могут быть использованы при решении весьма широкого круга задач из таких областей науки и техники как технология проектирования, построения и использования роботов, производственные системы, технологии

преобразования мощностей (энергии), планирование медицинского лечения, интерпретации данных дистанционного зондирования и т.д. Следует заметить, что рассматриваемые в диссертации задачи идентификации и оптимального управления, а также соответствующие им алгоритмы опубликованы в научной печати, следовательно, являются общедоступными для применения.

Научная обоснованность и достоверность полученных результатов подтверждается теоретической строгостью использованных в алгоритмах формул, уравнений и соотношений, разнообразным тестированием алгоритмов и соответствующих компьютерных кодов, включая проверку по специальным системам тестов (в том числе и разработанных автором диссертации), а также сравнением с результатами аналогичных независимых расчетов.

Апробация работы. Основные результаты работы были доложены на следующих международных конференциях: International Conference on “Control and Optimization with Industrial Applications” COIA-2005, -2008, -2013, -2015; International Conference “Problems of Cybernetics and Informatics” PCI-2006, -2008, -2010, -2012; 24th Mini Euro Conference “Continuous Optimization and Information-Based Technologies in the Financial Sector, (MEC EurOPT), 2010 (Турция, Измир); Международный Российско-Болгарский симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», Нальчик, Россия, 2010; Международный Российско-Казахский симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», Нальчик, Россия, 2011, 2014; Международный Российско-Абхазский симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», Нальчик, Россия, 2009; Международный Российско-Узбекский Симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», Нальчик, Россия, 2012; IV Международная конференция «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики»,

Нальчик-Трескол, Россия, 2013; Международная конференция «Актуальные проблемы современной математики, информатики и механики-II», Казахстан, Алматы, 2011; The 4th Congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS), Baku, 2011; International Conference «Optimization Methods and Applications» (OPTIMA), Costa Da Caparica, Portugal, 2012; International Conference «Optimization Methods and Applications» (OPTIMA), Petrovac, Montenegro, 2011, 2014; VI Международная конференция (МПМО-2017), Россия, Улан-Удэ, 2017; Международная научно-практическая конференция «Инновационные технологии в нефтегазовой отрасли», Россия Ставрополь, 2015; Международная конференция «Прикладная математика и фундаментальная информатика», Омск, Россия, 2016, 2017; Международная научная конференция «Информатика и прикладная математика», посвященная 25-летию Независимости Республики Казахстан и 25-летию Института информационных и вычислительных технологий, Казахстан, Алматы, 2016; Международная конференция «Актуальные проблемы математики и механики», посвященная 80-летию заслуженного деятеля науки, Я.Дж.Мамедова, 2010, Баку; Международная конференция «Нефть-газ, нефтепереработка и нефтехимия», посвященная 90-летию АГНА, 2010; Международная конференция «Актуальные проблемы математики и информатики», посвященная 90-летию со дня рождения Гейдара Алиева, Баку, 2013; Международная конференция «Ньютоновские системы в нефтегазовой отрасли», посвященная 85-летию академика А.Х.Мирзаджанзаде, Баку, 2013; XI Международная Четаевская научная конференция «Аналитическая механика, устойчивость и управление», Казань, 2017; Международная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и физики», Кабардино-Балкарская Республика, Приэльбрусье, 2017.

Результаты исследуемой работы докладывались также на научных семинарах кафедры «Общая и прикладная математика» АГУНП, лаборатории «Методы принятия решений в

детерминированных системах» ИСУ НАН Азербайджана, на семинарах ИММ НАН Азербайджана, научно-исследовательского ИПМ при БГУ, факультетов компьютерных наук Университетов Яшар и Доккуз Эйлул (Измир, Турция), отдела численных методов оптимизации Института Кибернетики НАН Украины, а также на многих республиканских и международных конференциях.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 71 научных работ, из них 26 – статьи, 18 из которых опубликованы в зарубежных странах, в том числе 18 из них входят в базу данных Scopus, 11 работ входят в международную базу данных Web of Science™ Core Collection агентства Thomson Reuters, 29 статей опубликованы в материалах международных конференций.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, приложения и списка литературы, содержащего 208 наименований. Общий объем диссертации составляет 329 страниц машинописного текста, основной объем – 238 страниц, включая 15 таблиц, 15 рисунков. Титульная страница содержит 441 знака, оглавление – 3382 знака, введение – 76411 знака, содержание диссертации – 315508 знаков (глава 1 – 35676 знаков, глава 2 – 37506 знаков, глава 3 – 75314 знака, глава 4 – 41346 знаков, глава 5 – 71752 знака, глава 6 – 53914 знаков), выводы – 2597 знаков, литература – 32869 знаков, всего – 431208 знаков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована ее основная цель и дан краткий обзор работ.

В **первой главе** диссертации, состоящей из 3 параграфов, исследуется задача идентификации коэффициентов математической модели объекта, зависящих от его фазового состояния.

Исследуемые в первой главе динамические объекты описываются в общем случае нелинейной системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), K(x(t))), \quad t \in (0, T], \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – непрерывная и почти всюду непрерывно-дифференцируемая вектор-функция фазового состояния; $K(x) \in \mathbb{R}^T$ – идентифицируемая непрерывная и почти всюду непрерывно-дифференцируемая вектор-функция, определяющая коэффициенты математической модели; известная вектор-функция $f(x, K)$ является непрерывно-дифференцируемой по всем своим аргументам.

С целью идентификации коэффициентов математической модели процесса (1) предполагается наличие N независимых наблюдений за динамикой состояния объекта при различных начальных состояниях:

$$x^i(0) = x_0^i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Результатами наблюдений могут быть какие-либо компоненты или весь вектор состояния в отдельные моменты времени

$$x(t_{ij}; x_0^i) = x^{ij}, \quad t_{ij} \in (0, T], \quad j = 1, 2, \dots, M_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

в частности, в конечный момент времени T :

$$x(T; x_0^i) = x_T^i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где M_i – количество моментов времени, при которых проводились наблюдения за состоянием объекта с начальным условием x_0^i . Могут наблюдаться состояния объекта при различных начальных условиях в некоторых промежутках времени:

$$x(t; x_0^i) = y^{ij}(t), \quad t \in [\tau_{ij-1}, \tau_{ij}] \in [0, T], \quad \tau_{ij-1} < \tau_{ij}, \quad (5)$$

$$j = 1, 2, \dots, M_i; \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где M_i – количество временных интервалов, в которых проводились наблюдения за объектом при начальном состоянии x_0^i . Наблюдения могут быть также и смешанного типа, т.е. как точечные (3) или (4), так и интервальные (5).

Рассматриваемая задача заключается в определении (идентификации) неизвестных коэффициентов $K(x)$ системы (1) по результатам наблюдений вида (2), (3), (4) или (5).

Качество идентификации оценивается с помощью критерия наименьших квадратов, причем для каждого типа наблюдения (3)-(5) конкретный вид критерия различен. В случае финальных наблюдений (4) критерий качества идентификации примет следующий вид:

$$J(K(x)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J^i \left(x \left(T; x_0^i, K(x) \right) \right) + \varepsilon \|K(x) - \widehat{K}(x)\|_{L_2^r}^2 \rightarrow \min_{K(x)}, \quad (6)$$

$$J^i \left(x \left(T; x_0^i, K(x) \right) \right) = \left\| x \left(T; x_0^i, K(x) \right) - x_T^i \right\|_{\mathbb{R}^n}^2,$$

где $x(t) = x \left(T; x_0^i, K(x) \right)$ – решение задачи (1) при каких-либо начальном условии x_0^i и коэффициентах, определяемых вектор-функцией $K(x) \in \mathbb{R}^r$, $\varepsilon > 0$ и $\widehat{K}(x)$ – параметры регуляризации.

Для восстановления неизвестных коэффициентов системы дифференциальных уравнений (1) предлагается подход, в котором все множество возможных фазовых состояний разбивается на конечное число подмножеств, в каждом из которых коэффициенты ищутся на параметрически заданном классе функций от состояния, определенном с помощью базисных функций. В этом случае первоначальная задача приводится к определению постоянных параметров, участвующих в представлении коэффициентов.

Обозначим через $X \subseteq \mathbb{R}^n$ множество всевозможных фазовых состояний объекта $x(t)$ при всех допустимых значениях начальных условий и значений коэффициентов $K(x)$. Пусть X разбито на заданное конечное число L односвязных подмножеств (зон) $X^k \subset X$. Зоны фазового пространства

$$X^\nu = \{x \in \mathbb{R}^n: g^{\nu-1}(x) > 0, g^\nu(x) \leq 0\}, \quad \nu = 2, 3, \dots, L-1, \\ X^1 = \{x \in \mathbb{R}^n: g^1(x) \leq 0\}, \quad X^L = \{x \in \mathbb{R}^n: g^{L-1}(x) > 0\},$$

определяются своими границами с помощью заданных почти всюду непрерывно-дифференцируемых функций $g(x) = (g^1(x), g^2(x), \dots, g^{L-1}(x))$.

Идентифицируемые коэффициенты $K(x) = (k_1(x), k_2(x), \dots, k_r(x))$ в каждой из зон $X^v, v = 1, 2, \dots, L$, определим в виде следующего представления:

$$K(x) = K^v(x) = (k_1^v(x), k_2^v(x), \dots, k_r^v(x)) \in \mathbb{R}^r,$$

$$k_s^v(x) = \sum_{i=1}^m p_{si}^v \phi_i(x), \quad p_{si}^v = \text{const}, \quad (7)$$

$$s = 1, 2, \dots, r, \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

$$x \in X^v, \quad v = 1, 2, \dots, L, \quad t \in (0, T],$$

где $\phi_i(x), i = 1, 2, \dots, m$, – заданные непрерывно-дифференцируемые линейно-независимые базисные функции; p_{si}^v – пока неизвестные постоянные параметры, определяющие идентифицируемые функции. Как правило, коэффициенты $K(x)$ в реальных задачах должны удовлетворять ограничениям, исходящим из технических и технологических соображений, а следовательно и параметры $p = (p^1, p^2, \dots, p^L), p^v = (p_{11}^v, p_{12}^v, \dots, p_{1m}^v, \dots, p_{rm}^v), v = 1, 2, \dots, L$, также должны удовлетворять определенным соответствующим ограничениям. Обозначим множества допустимых значений зональных параметров p^v через $P^v \subset \mathbb{R}^{r \times m}, v = 1, 2, \dots, L$, которые предполагаются замкнутыми и ограниченными, $P = P^1 \times P^2 \times \dots \times P^L$.

В таком случае решение системы дифференциальных уравнений (1), определяющее текущее состояние процесса $x(t)$, будет зависеть от начального состояния x_0 и зональных значений вектора параметров p , т.е. $x(t) = x(t; x_0, p)$, причем внутри каждой зоны $x(t)$ непрерывно-дифференцируема, а в точках перехода с одной зоны в другую – непрерывна.

Таким образом, исходная задача определения коэффициентов $K(x)$ (1)-(6) заменена задачей определения постоянных параметров $p \in \mathbb{R}^{L \times r \times m}$, с помощью которых аппроксимируются искомые коэффициенты.

Критерий идентификации (6) с учетом представления (7) примет вид:

$$J(p) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J^i(x(T; x_0^i, p)) + \varepsilon \|p - \hat{p}\|_{\mathbb{R}^{L \times r \times m}}^2 \rightarrow \min_{p \in P}, \quad (8)$$

$$J^i(x(T; x_0^i, p)) = \|x(T; x_0^i, p) - x_T^i\|_{\mathbb{R}^n}^2,$$

где $x(t) = x(t; x_0^i, p)$ – решение задачи Коши (1) при допустимом заданном векторе параметров p и начальном состоянии x_0^i с учетом представления (7); \hat{p} – параметр регуляризации, соответствующий функции $\hat{K}(x)$ из (6).

Задачу (1), (2), (8) можно отнести к задаче параметрического оптимального управления. В то же время эта задача, в силу того, что оптимизируется конечномерный вектор параметров p , укладывается также в рамки задач конечномерной оптимизации. Для ее решения можно использовать известные эффективные численные методы, в частности, первого порядка и готовые стандартные программные средства. Для этого, как известно, необходимо получить формулы для вычисления компонент градиента целевого функционала (8) относительно компонент вектора $p - \nabla_p J(p)$.

Для произвольного числа зон фазового пространства, в общем случае, получены формулы для градиента целевого функционала

$$\frac{dJ(p)}{dp_{kj}^l} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{d}{dp_{kj}^l} J^i(x(T; x_0^i, p)) + 2\varepsilon(p_{kj}^l - \hat{p}_{kj}^l),$$

$$\frac{d}{dp_{kj}^l} J^i(x(T; x_0^i, p)) = \int_{\Pi_l(x_0^i, p)} [\psi^*(t; x_0^i, p) \cdot \left. \frac{\partial f(x(t; x_0^i, p), K^l)}{\partial K^l} \cdot \frac{\partial K^l}{\partial p_{kj}^l} \right] dt,$$

где $\Pi_l(x_0^i, p)$, $l = 1, 2, \dots, L$, $i = 1, 2, \dots, N$, – промежуток времени, в течении которого траектория с начальным условием x_0^i и значением параметров p находилась в зоне X^l ; $\psi(t; x_0^i, p)$ – решение следующей сопряженной системы:

$$\psi^*(t; x_0^i, p) = -\psi^*(t; x_0^i, p) \cdot \frac{\partial f(x(t; x_0^i, p), K^l)}{\partial x}, \quad t \in \Pi_l(x_0^i, p),$$

$$\psi(T; x_0^i, p) = \frac{\partial J^i(x(T; x_0^i, p))}{\partial x},$$

удовлетворяющая следующему условию скачка в момент времени попадания траектории системы (1) на границу раздела зон:

$$\psi(\bar{t}_l - 0) = \psi(\bar{t}_l + 0) - \frac{\partial g(x(\bar{t}_l))}{\partial x} \cdot \gamma,$$

$$\gamma = \frac{\psi^*(\bar{t}_l + 0) \cdot [f(x(\bar{t}_l), K^l) - f(x(\bar{t}_l), K^{l+1})]}{\frac{\partial g^*(x(\bar{t}_l))}{\partial x} \cdot f(x(\bar{t}_l), K^l)}$$

$$l = 1, 2, \dots, L - 1.$$

В конце первой главы приводятся результаты численных экспериментов на примере решения тестовых задач с использованием разработанного автором программного обеспечения.

Во **второй** главе диссертации, состоящей из 3 параграфов, исследуется задача параметрической идентификации разрывных динамических ОСП. Рассматривается класс обратных задач для динамических процессов, описываемых разрывными (переменной структуры, составными, ступенчатыми, и т.п.) системами обыкновенных дифференциальных уравнений, вид которых меняется в зависимости от принадлежности состояния процесса той или иной подобласти пространства состояний. Эти задачи рассматривались многими авторами. В отличие от ранее проведенных исследований в данной работе идентифицируются сами поверхности переключения. Получены формулы для компонент градиента функционала по идентифицируемым параметрам.

Предположим, что динамика исследуемого объекта описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений с переменной структурой вида:

$$\dot{x}(t) = f^l(x(t), p^l(t)), x(t) \in X^l(t), t \in (0, T], \quad (9)$$

$$l = 1, 2, \dots, L,$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор, определяющий состояние процесса; $p^l(t) \in \mathbb{R}^{r_l}$ – значения параметров, когда состояние процесса принадлежит $X^l(t)$ – подобласти (зоны) фазового пространства всевозможных состояний процесса X , т.е. $X^l(t) \subset X \subseteq \mathbb{R}^n$, $l = 1, 2, \dots, L$. Заданные с точностью до функциональных параметров $p^l = p^l(t)$ вектор-функции $f^l(.,.)$, $l = 1, 2, \dots, L$, являются непрерывно-дифференцируемыми по всем своим аргументам.

Зоны фазового пространства

$$X^l(t) = \{x(t) \in \mathbb{R}^n: g^{l-1}(x, t) > 0, g^l(x, t) \leq 0\},$$

$$l = 2, 3, \dots, L - 1, \quad (10)$$

$$X^1(t) = \{x(t) \in \mathbb{R}^n: g^1(x, t) \leq 0\},$$

$$X^L(t) = \{x(t) \in \mathbb{R}^n: g^{L-1}(x, t) > 0\},$$

односвязные и определяются своими границами с помощью идентифицируемых почти всюду дважды непрерывно-дифференцируемых функций

$$g(x, t) = (g^1(x, t), g^2(x, t), \dots, g^{L-1}(x, t)),$$

где

$$\text{int } X^{l_1}(t) \cap \text{int } X^{l_2}(t) = \emptyset, \quad l_1 \neq l_2, \quad l_1, l_2 = 1, 2, \dots, L,$$

$$\bigcup_{l=1}^L X^l(t) = X.$$

Вектор-функция $x(t)$ – решение системы (9) – является всюду непрерывно-дифференцируемой кроме моментов времени \bar{t}_l попадания траектории на поверхность разрыва правых частей $g^l(x(\bar{t}_l), \bar{t}_l) = 0$, $l = 1, 2, \dots, L - 1$, в которых $x(t)$ непрерывна.

Введем обозначение:

$$p(t) = (p^1(t), p^2(t), \dots, p^L(t)) =$$

$$= \left(p_1^1(t), p_2^1(t), \dots, p_{r_1}^1(t), p_1^2(t), \dots, p_{r_L}^L(t) \right) \in \mathbb{R}^r,$$

$$r = \sum_{l=1}^L r_l.$$

Предполагается, что с целью идентификации неизвестных параметров были проведены N независимых наблюдений за динамикой объекта при различных начальных состояниях:

$$x^i(0) = x_0^i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (11)$$

При этом текущее состояние процесса $x(t)$ зависит от его начального состояния x_0 , от функции $g(x, t)$, определяющая области $X^l(t)$, $l = 1, 2, \dots, L$, и соответствующих значений параметра $p(t)$, т.е. $x(t) = x(t; x_0, p, g)$. Наблюдения могут проводиться за какими-либо компонентами или за всем вектором состояния объекта в отдельные интервалы или моменты времени, в частности, в конечный момент времени T :

$$x^i(T; x_0^i, p, g) = x_T^i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (12)$$

где N – количество моментов времени, при которых в i -ом эксперименте за состоянием объекта с начальным условием x_0^i проводились наблюдения.

Рассмотрен наиболее часто встречающийся на практике случай, когда идентифицируемые параметры по зонам являются кусочно-постоянными функциями, а именно

$$p^l(t) = p^l = \text{const}, \quad p^l \in \mathbb{R}^{r_l}, \quad x(t) \in X^l, \quad (13)$$

$$l = 1, 2, \dots, L; \quad t \in (0, T].$$

Исследуемая задача заключается в определении $(L - 1)$ -мерной вектор-функции $g(x, t)$ и конечномерного вектора $p \in \mathbb{R}^r$. Для каждого типа наблюдения должен быть выбран соответствующий критерий качества идентификации. В случае наблюдений вида (12) можно использовать среднеквадратичный критерий качества:

$$J(p, g) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_i(x^i(T; x_0^i, p, g), p, g), \quad (14)$$

$$J_i(x^i(\cdot), p, g) = \|x^i(\cdot) - x_T^i\|_{\mathbb{R}^{r_i}}^2.$$

Задача идентификации приводится к задаче параметрического оптимального управления, заключающуюся в минимизации функционала (14) при условиях (9)-(12).

Для определения функций $g^l(x, t)$, $l = 1, 2, \dots, L - 1$, предлагается их параметризовать с помощью какой-либо конечной системы линейно-независимых непрерывно-дифференцируемых функций $\{\phi^i(x, t)\}$, $i = 1, 2, \dots, \bar{k}$, используя представления функций $g^l(x, t)$, $l = 1, 2, \dots, L - 1$, в виде:

$$g^l(x, t) = g^l(x, t; \alpha^l) = \sum_{i=1}^{k_l} \alpha_i^l \phi^i(x, t), \quad l = 1, 2, \dots, L - 1$$

$$\alpha^l \in \mathbb{R}^{k_l}, \quad k = \sum_{l=1}^{L-1} k_l, \quad \bar{k} = \max_{1 \leq l \leq L-1} k_l,$$

$$\alpha = (\alpha_1^1, \alpha_2^1, \dots, \alpha_{k_1}^1, \alpha_1^2, \dots, \alpha_{k_{L-1}}^{L-1}) \in \mathbb{R}^k.$$

В этом случае задача определения функции $g(x, t)$ заменяется задачей идентификации вектора α .

Таким образом, (9)-(14) является задачей параметрической идентификации относительно конечномерного вектора $z = (p, \alpha) \in \mathbb{R}^{r+k}$. Получены формулы для компонент градиента целевого функционала: $\nabla J(z) = (\nabla_p J(z), \nabla_\alpha J(z))$, которые позволяют формулировать необходимые условия оптимальности первого порядка, а также использовать для решения поставленной задачи идентификации известные эффективные численные методы первого порядка и готовые программные средства.

Теорема 2.1. Для оптимальности вектора α^* в задаче (9)-(14) необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\frac{\partial J(p, g)}{\partial \alpha_s^l} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial \alpha_s^l} J_i(x^i(T; x_0^i, p, g), p, g) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_s^l} J_i(x^i(T; x_0^i, p, g), p, g) = \sigma_i^l \cdot \phi^s(x(\bar{t}_{l,i}; x_0^i), \bar{t}_{l,i}), \quad (15)$$

$$s = 1, 2, \dots, k;$$

$$\sigma_i^l = \frac{\psi^*(\bar{t}_{l,i} + 0; x_0^i) \cdot [f^l(x(\bar{t}_{l,i}), p^l(\bar{t}_{l,i})) - f^{l+1}(x(\bar{t}_{l,i}), p^{l+1}(\bar{t}_{l,i}))]}{g_x^l(x(\bar{t}_{l,i}), \bar{t}_{l,i}; \alpha) \cdot f^l(x(\bar{t}_{l,i}), p^l(\bar{t}_{l,i})) + g_t^l(x(\bar{t}_{l,i}), \bar{t}_{l,i}; \alpha)}$$

$$l = 1, 2, \dots, L - 1; \quad (16)$$

здесь $\bar{t}_{l,i}$ – момент времени пересечения траектории системы с начальным условием x_0^i поверхности переключения $g^l(x, t; \alpha) = 0$; $\psi(t; x_0^i)$ является решением следующей сопряженной системы:

$$\dot{\psi}^*(t; x_0^i) = -\psi^*(t; x_0^i) \cdot \frac{\partial f^l(x(t), p^l(t))}{\partial x}, \quad t \in \Pi_l(x_0^i; \alpha, p), \quad (17)$$

$$\psi(T; x_0^i) = -\frac{\partial}{\partial x} J_i(x^i(T; x_0^i, p, g), p, g),$$

удовлетворяющая следующему условию скачка в момент времени пересечения траектории системы (9) поверхности переключения:

$$\psi(\bar{t}_{l,i} - 0; x_0^i) = \psi(\bar{t}_{l,i} + 0; x_0^i) - \sigma_i^l \cdot g_x^l(x(\bar{t}_{l,i}), \bar{t}_{l,i}; \alpha).$$

Здесь $\Pi_l(x_0^i; \alpha, p)$, $l = 1, 2, \dots, L$, $i = 1, 2, \dots, N$, – временной интервал, в течении которого траектория с начальным условием x_0^i и при текущих значениях параметров (α, p) находилась в зоне X^l .

Обобщая результаты предыдущих работ, получены формулы для градиента целевого функционала по вектору параметров p объекта:

$$\frac{\partial J(p, g)}{\partial p^k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_{\underline{t}_k}^{\bar{t}_k} \left[-\frac{\partial f(x(t; x_0^i))}{\partial p^k} \cdot \psi(t; x_0^i) \right] dt, \quad (18)$$

где $(\underline{t}_k, \bar{t}_k)$, $k = 1, 2, \dots, L$, – время, в течении которого траектория находилась в области X^k , а следовательно вектор p принимает значение p^k .

В конце второй главы приводятся результаты проведенных численных экспериментов на примере решения тестовых задач.

В третьей главе диссертации, состоящей из 5 параграфов, исследуются задачи синтеза управления нелинейными ОСП при различных видах обратной связи по входу и по выходу объекта, и на различных классах зональных управляющих функций при неточно заданной информации о значениях параметров объекта.

Рассмотрим задачу синтеза управления динамикой объекта, непрерывная, кусочно непрерывно-дифференцируемая функция фазового состояния $x(t) \in \mathbb{R}^n$ которого определяется системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), p), \quad t \in (0, T]. \quad (19)$$

Здесь $u(t) \in U$ – r -мерный вектор кусочно-непрерывных управляющих воздействий, областью допустимых значений которых является замкнутое выпуклое множество $U \subset \mathbb{R}^r$; p – m -мерный вектор постоянных во времени параметров объекта, точные значения которого не известны, но могут принимать значения из некоторого заранее заданного множества P , причем задана функция плотности (веса) принимаемых значений, определенная на P :

$$0 \leq \rho_P(p) \leq 1, \quad p \in P, \quad \int_P \rho_P(p) dp = 1; \quad (20)$$

T – длительность процесса управления. Вектор-функция $f(x, u, p)$ непрерывно-дифференцируема по первым двум аргументам и непрерывна по третьему аргументу.

Будем предполагать, что начальное состояние объекта $x^0 = x(0)$ точно не задано, но известно множество X^0 возможных начальных состояний с функцией плотности (веса) $\rho_{X^0}(x)$, определенной на X^0 :

$$0 \leq \rho_{X^0}(x) \leq 1, \quad x^0 \in X^0, \quad \int_{X^0} \rho_{X^0}(x) dx = 1. \quad (21)$$

Для каждой заданной конкретной начальной точки $x^0 \in X^0$ и значений параметров $p \in P$ качество управления объектом на отрезке времени $[0, T]$ оценим с помощью функционала:

$$I(u; T, x^0, p) = \int_0^T f^0(x(t), u(t)) dt + \Phi(x(T), T), \quad (22)$$

где $x(t) = x(t; x^0, p, u)$ – решение системы дифференциальных уравнений (19) при начальных условиях $x(0) = x^0 \in X^0$, управлении $u(t) \in U$ и значениях параметров $p \in P$.

Время завершения процесса T может быть как заданной величиной, как в случае функционала (22), так и оптимизируемой величиной, как, например, в задачах быстрогодействия. Учитывая, что начальное состояние и значения параметров заданы не точно, а определено с точностью функций плотности на соответствующем множестве, качество управления объектом будем оценивать следующим средним значением функционала (22) по всем возможным начальным состояниям $x^0 \in X^0$ и значениям параметров $p \in P$:

$$J(u, T) = \frac{1}{\text{mes}X^0 \cdot \text{mes}P} \int_{X^0} \int_P I(u; T, x^0, p) \rho_{X^0}(x) \rho_P(p) dp dx^0. \quad (23)$$

Управление динамикой процесса (19) осуществляется с учетом наличия обратной связи за текущим состоянием выхода объекта $y(t)$, определяющегося нелинейной функцией его состояния $x(t)$:

$$y(t) = G(x(t)), \quad y \in \mathbb{R}^v, \quad (24)$$

где v -мерная вектор-функция наблюдения $G(x)$ непрерывно-дифференцируема по каждой переменной на множестве $X \subset \mathbb{R}^n$ всевозможных состояний объекта, динамика которого описывается системой (19) при различных начальных состояниях $x^0 \in X^0$, значениях параметров $p \in P$ и управлениях $u(t) \in U, t \in (0, T]$.

Обратная связь (съём информации о состоянии выхода) может осуществляться как непрерывно при $t \in (0, T]$, так и в дискретно заданные моменты времени $\tau_j \in [0, T], j = 0, 1, 2, \dots, N$.

Значения управляющих воздействий $u(t)$ в процессе управления будут назначаться следующим образом. Пусть $Y \subset \mathbb{R}^v$ – есть множество значений наблюдаемого выходного вектора $u(\cdot)$ из (24) при различных всевозможных допустимых значениях

состояния $x(\cdot) \in X$. Разобьем множество Y на L не пересекаемых открытых подмножеств (зон) $Y^i \subset \mathbb{R}^V$ так, что

$$Y = \bigcup_{i=1}^L \bar{Y}^i, Y^i \cap Y^j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, L, \quad (25)$$

где \bar{Y}^i – замыкание множества Y^i . Границы между всякими двумя смежными (имеющими общую границу) подмножествами Y^i и Y^j определяются известными непрерывными, почти всюду дифференцируемыми функциями $h_{ij}(y) = -h_{ji}(y) = 0$, причем будем считать, что $Y^i \subset \{y: h_{ij}(y) < 0\}$ или $Y^i \subset \{y: h_{ji}(y) \geq 0\}$.

Значения управляющих воздействий $u(t)$ в текущие моменты времени в процессе управления динамикой объекта (19) будут назначаться в зависимости от того, какому из подмножеств Y^i принадлежит наблюдаемое текущее значение выходного вектора $y(t)$. Такие управления будем называть зональными.

Задачу назначения каждой зоне $Y^i, i = 1, 2, \dots, L$, оптимальных в смысле функционала (20) управляющих воздействий будем называть задачей синтеза зональных управлений по выходу.

Рассмотрены четыре варианта задачи синтеза зональных управлений.

Задача 1. Заданы дискретные моменты времени наблюдения $\tau_j \in [0, T], j = 0, 1, 2, \dots, N, \tau_0 = 0, \tau_N = T$, в которые возможно проведение замеров значения состояния выхода объекта $y(\tau_j) = G(x(\tau_j)) \in Y$. Постоянные при $t \in [\tau_j, \tau_{j+1})$ значения управления $u(t)$ определяются в зависимости от последнего замеренного значения вектора наблюдений за текущим выходом объекта, а именно, в зависимости от того, какому подмножеству (зоне) $Y^i, i = 1, 2, \dots, L$, пространства Y принадлежало последнее измеренное (наблюденное) состояние выхода:

$$u(t) = v^i = \text{const}, y(\tau_j) = G(x(\tau_j)) \in Y^i, t \in [\tau_j, \tau_{j+1}), \quad (26)$$

$$v^i \in U \subset \mathbb{R}^r, i = 1, 2, \dots, L, j = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Задача 1 заключается в нахождении допустимых зональных значений управления $v^i, i = 1, 2, \dots, L$, согласно (26), оптимизирующих значение функционала (23). Размерность оптимизируемого конечномерного вектора в этом случае составляет $L \times r$.

Задача 2. Управляющие воздействия определяются линейными функциями от результатов наблюдения параметров состояния выхода объекта в заданные дискретные моменты времени $\tau_j \in [0, T], j = 0, 1, 2, \dots, N$:

$$\begin{aligned} u(t) &= K_1^i \cdot y(\tau_j) + K_2^i, y(\tau_j) = G(x(\tau_j)) \in Y^i, \\ t &\in [\tau_j, \tau_{j+1}), i = 1, 2, \dots, L, j = 0, 1, \dots, N - 1. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь K_1^i - матрица размерности $r \times v$ и K_2^i - r -мерный вектор - постоянны при $t \in [\tau_j, \tau_{j+1})$. Задача 2 заключается в определении допустимых зональных значений K_1^i и $K_2^i, i = 1, 2, \dots, L$. Размерность оптимизируемого вектора составляет $L \times r \times (v + 1)$.

Задача 3. Проводятся непрерывные замеры вектора наблюдений за выходом объекта, а управляющие воздействия принимают зональные значения:

$$\begin{aligned} u(t) &= w^i = \text{const}, y(t) = G(x(t)) \in Y^i, t \in [0, T], \\ w^i &\in U \subset \mathbb{R}^r, i = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (28)$$

В задаче 3 требуется определить допустимые зональные значения управления $w^i, i = 1, 2, \dots, L$, оптимизирующие значение функционала (23). Размерность оптимизируемого вектора составляет $L \times r$.

Задача 4. Проводятся непрерывные замеры вектора наблюдений за состоянием выхода объекта. Управление определяется линейной функцией от измеренных значений выхода:

$$\begin{aligned} u(t) &= K_1^i \cdot y(t) + K_2^i, y(t) = G(x(t)) \in Y^i, t \in [0, T] \\ i &= 1, 2, \dots, L, j = 0, 1, \dots, N - 1. \end{aligned} \quad (29)$$

Требуется найти допустимые значения K_1^i и K_2^i , $i = 1, 2, \dots, L$, оптимизирующие значение функционала (23). Число оптимизируемых параметров составляет $r \times L \times (v + 1)$.

Получены формулы для градиентов функционалов рассматриваемых задач. Например, имеет место следующая теорема.

Теорема 3.1. Компоненты градиента целевого функционала на классе управлений (29) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(u)}{\partial K_1^i} &= \int_{X^0} \int_P \int_{\Pi_i(x^0, p, u)} \left[\frac{\partial f^0(x(t; x^0, p, u), p, u)}{\partial u} - \right. \\ &\quad \left. - \psi^*(t; x^0, p, u) \cdot \frac{\partial f(x(t; x^0, p, u), p, u)}{\partial u} \right]^* dt \times \\ &\quad \times G(x(t; x^0, p, u)) \frac{\rho_{X^0}(x) \rho_P(p)}{\text{mes } X^0 \times \text{mes } P} dp dx^0, \\ \frac{\partial J(u)}{\partial K_2^i} &= \int_{X^0} \int_P \int_{\Pi_i(x^0, p, u)} \left[\frac{\partial f^0(x(t; x^0, p, u), p, u)}{\partial u} - \right. \\ &\quad \left. - \psi^*(t; x^0, p, u) \cdot \frac{\partial f(x(t; x^0, p, u), p, u)}{\partial u} \right]^* dt \times \\ &\quad \times \frac{\rho_{X^0}(x) \rho_P(p)}{\text{mes } X^0 \times \text{mes } P} dp dx^0, \end{aligned}$$

где $\Pi_i(x^0, p, u) = \{t \in [0, T]: G(x(t; x^0, p, u)) \in Y^i\}$, $i \in \{1, 2, \dots, L\}$ и $\psi(t; x^0, p, u)$, $t \in [0, T]$, – решение сопряженной задачи Коши:

$$\begin{aligned} \psi(T; x^0, p, u) &= - \frac{\partial \Phi(x(T; x^0, p, u), T)}{\partial x}, \\ \psi^*(t; x^0, p, u) &= \frac{\partial f^0(x(t; x^0, p, u), p, u)}{\partial x} - \\ &\quad - \psi^*(t; x^0, p, u) \cdot \frac{\partial f(x(t; x^0, p, u), p, u)}{\partial x} + \end{aligned}$$

$$+ \left[\frac{\partial f^0(x(t; \cdot), p, u)}{\partial u} - \psi^*(t; x^0, p, u) \frac{\partial f(x(t; \cdot), p, u)}{\partial u} \right] \times \\ \times K_1^i \times \frac{\partial G(x(t; \cdot))}{\partial x}, \text{ если } G(x(t; x^0, p, u)) \in Y^i,$$

удовлетворяющая условию скачка на границе раздела зон:

$$\psi^*(\bar{t}_{ji} - 0; x^0, p, u) = \psi^*(\bar{t}_{ji} + 0; x^0, p, u) - \\ - \frac{\partial h_{ji}(y(\bar{t}_{ji}))}{\partial G} \cdot \frac{\partial G(x(\bar{t}_{ji}; x^0, p, u))}{\partial x} \cdot \sigma_{ji}, \\ \sigma_{ji} = \frac{\psi^*(\bar{t}_{ji} + 0; \cdot)}{\frac{\partial h_{ji}(y(\bar{t}_{ji}))}{\partial G}} \cdot \frac{[f(x(\bar{t}_{ji}; \cdot), K^j, p) - f(x(\bar{t}_{ji}; \cdot), K^i, p)]}{\frac{\partial G(x(\bar{t}_{ji}; \cdot))}{\partial x} \cdot f(x(\bar{t}_{ji}; \cdot), K^j, p)}.$$

Здесь \bar{t}_{ji} – момент времени, когда значение вектора наблюдений (24) при переходе из зоны Y^j в зону Y^i попадает на их границу, т.е. $h_{ji}(y(\bar{t}_{ji})) = 0$, $i, j \in \{1, 2, \dots, L\}$. В конце третьей главы приводятся результаты проведенных численных экспериментов.

Четвертая глава диссертации состоит из 4 параграфов. Для систем принятия решения по управлению динамическими процессами, включающем этапы параметрической идентификации математической модели и оптимизацию режимов предложен подход, совмещающий проведение этих этапов. Результатом этого является получение “локально оптимальной” модели в окрестности оптимального режима.

Пусть процесс описывается следующей начальной задачей:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{f}(\tilde{x}(t), u, v, p), \quad t \in [0, T], \quad (30)$$

$$\tilde{x}(0) = \tilde{x}_0 \in X_0. \quad (31)$$

Здесь X_0 – множество возможных начальных состояний процесса; $\tilde{x}(t) = \tilde{x}(t; \tilde{x}_0, u, v)$ – функция, определяющая процесс при заданных начальных условиях \tilde{x}_0 и определенных в начале его протекания значениях нерегулируемых параметров $v \in V \subseteq \mathbb{R}^m$ и назначенных (выбранных) значений регулируемых

параметров $u \in U \subseteq \mathbb{R}^r$; $p \in P \subset \mathbb{R}^l$ – вектор параметров математической модели; U – множество допустимых значений управляющих параметров, V – множество возможных значений нерегулируемых параметров; P – множество допустимых значений параметров математической модели процесса.

Пусть функционал

$$J(u; \tilde{x}_0, v, p) = \int_0^T \tilde{f}^0(\tilde{x}(t), u, v) dt + \Phi(\tilde{x}(T), u, v) \rightarrow \min_{u \in U} \quad (32)$$

определяет качество выбранных значений вектора управляющих параметров u в зависимости от заданных начального состояния \tilde{x}_0 и значений вектора нерегулируемых параметров v ; $\tilde{f}^0(\cdot)$ и $\Phi(\cdot)$ – заданные непрерывно-дифференцируемые по своим первым двум аргументам функции.

Предположим, что первая стадия моделирования процесса – задача структурной идентификации решена, например, за счет какой-либо априорной качественной информации о характере процесса, который описывается следующей системой:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u, v, p), \quad t \in [0, T], \quad (33)$$

где $f(\cdot)$ – заданная с точностью до параметров p n -мерная непрерывно-дифференцируемая по своим аргументам вектор-функция, которая в большинстве случаев отличается от реально описывающей процесс функции $\tilde{f}(\cdot)$; p – вектор параметров математической модели процесса, значения которого требуется определить на стадии параметрической идентификации.

Для проведения параметрической идентификации необходимо иметь наблюдения за состоянием технологического процесса, которые могут иметь различный характер. Например, при заданных значениях нерегулируемых и регулируемых параметров $v^i \in V$ и $u^i \in U$ могут иметься наблюдения за состоянием процесса в заданные моменты времени $t_{ij} \in [0, T]$:

$$\hat{x}_j^i = \hat{x}^i(t_{ij}; u^i, v^i), \quad t_{ij} \in [0, T], \quad (34)$$

$$j = 0, 1, \dots, M_i; \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

или, в частности, только в начальный и в конечный моменты времени $t_{i0} = 0, t_{iM_i} = T$:

$$\hat{x}_0^i = \hat{x}^i(0; u^i, v^i), \quad \hat{x}_T^i = \hat{x}^i(T; u^i, v^i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (35)$$

где N – число проведенных наблюдений за отдельно протекающими процессами, M_i – число наблюдений за состоянием при каждом протекании процесса, для каждого из которых задан положительный весовой коэффициент γ_i , $i = 1, 2, \dots, N$, значения которого определяются степенью достоверности и точностью результатов проведенных наблюдений, причем, как правило, $\gamma_i \in [0, 1]$, $i = 1, 2, \dots, N$.

Задача параметрической идентификации по определению параметров модели p с применением, например, критерия наименьших квадратов при наблюдениях вида (34) приводит к минимизации функционала

$$S_1(p) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{M_i} \gamma_i \|x^i(t_{ij}; u^i, v^i, p) - \hat{x}_j^i\|_{\mathbb{R}^n}^2 + \varepsilon \|p - \tilde{p}_0\|_{\mathbb{R}^l}^2 \quad (36)$$

где ε и \tilde{p}_0 – параметры регуляризации минимизируемого функционала.

Постановки задач параметрической идентификации (33)-(36) и оптимального управления (32), (33) относятся к одному классу задач параметрического оптимального управления, для решения которых можно применить методы оптимизации первого порядка.

В работе предлагается после того как уже будут заданы значения начальных условий \bar{x}_0 и нерегулируемых параметров \bar{v} совместить этапы идентификации параметров p и оптимизации управляющих параметров u .

Параметрическую идентификацию модели предлагается проводить после каждой итерации по оптимизации управляющих параметров u , при этом всем имеющимся наблюдениям, используемым для задачи параметрической идентификации, назначается вес $\rho^i(\hat{x}_0^i, v^i, u^i; \bar{x}_0, \bar{v}, u^k)$, $i = 1, 2, \dots, N$, значения которых обратно пропорционально зависят от значений расстояния наблюдаемых параметров \hat{x}_0^i, v^i, u^i процесса от заданных значений начального условия \bar{x}_0 , нерегулируемого

параметра \bar{v} и текущего значения итерационного процесса по оптимизации параметра u^k .

Другой реализацией предлагаемого подхода к совмещению решения задачи параметрической идентификации и оптимального управления является отсечение из множества наблюдаемых значений параметров процесса тех наблюдений, значения которых удалены от текущего вектора $(\bar{x}_0, \bar{v}, u^k)$ на расстояние большее, чем некоторая заданная величина, при которой весовые функции не используются.

При использовании предложенного подхода в автоматизированных системах управления технологическими процессами нет необходимости запоминать математическую модель; она заменяется необходимостью сохранения так называемой информационной модели процесса, состоящей из вида дифференциальных уравнений (33), вида оптимизируемого функционала (32) и значений наблюдений за параметрами состояния процесса (34) или (35).

Приводятся результаты численных экспериментов, проведенных с использованием разработанного автором программного обеспечения.

В пятой главе диссертации, состоящей из 5 параграфов, исследуются коэффициентно-обратные задачи и задачи синтеза управления ОРП.

В первых трех параграфах пятой главы приводится постановка и подход к решению задачи идентификации нелинейного коэффициента гидравлического сопротивления участка магистрального трубопровода при транспортировке углеводородного сырья при неустановившемся режиме движения жидкости. Предлагаемый подход заключается в том, что весь участок разбивается на заданное число подучастков, концы которых оптимизируются, и вводится понятие зоны для оптимизируемых параметров идентифицируемой функции, зависящей от текущего состояния объекта. Множество всех фазовых состояний объекта разбивается на конечное число подмножеств (зон), в каждом из которых идентифицируемая

функция предполагается постоянной, линейной или имеющей какую-либо другую форму функциональной зависимости. В результате рассматриваемая задача идентификации сводится к классу задач конечномерной оптимизации, для решения которой предлагается использовать эффективные численные методы конечномерной оптимизации первого порядка. Выводятся формулы для компонент градиента целевого функционала в пространстве идентифицируемых параметров. Полученные значения оптимизируемого вектора затем можно использовать для построения идентифицируемой функции из какого-либо класса функций, применяя методы интерполяции и аппроксимации.

Нестационарное движение несжимаемой жидкости постоянной плотности ρ и вязкости ν по линейному горизонтальному участку нефтепровода длины ℓ и диаметра d достаточно адекватно описывается следующей системой дифференциальных уравнений гиперболического типа:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \left[\frac{\partial \omega}{\partial t} + \alpha \lambda \omega \right], \quad -\frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \rho \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad (37)$$

$$x \in X = (0, \ell), \quad t > t_0,$$

где $p = p(x, t)$, $\omega = \omega(x, t)$ – давление и скорость движения жидкости в точке нефтепровода $x \in (0, \ell)$ в момент времени $t > t_0$; c – скорость распространения звука в жидкости; α – коэффициент линеаризации. Известно, что коэффициент гидравлического сопротивления λ зависит от режима движения жидкости, т.е. от числа Рейнольдса $Re = \omega d / \nu$ и относительной шероховатости внутренней поверхности участка нефтепровода $\varepsilon = k/d$, где k – абсолютная шероховатость. Считая шероховатость различной для разных точек участка нефтепровода, получаем, что величина λ является функцией от скорости ω и точки трубы x , т.е. $\lambda = \lambda(\omega, x)$.

Исходными данными для решения параметрической обратной задачи по идентификации коэффициента гидравлического сопротивления являются режимы давления

и/или скорости движения жидкости, наблюдаемые в различных точках \bar{x}_i , $i = 1, 2, \dots, M$, линейного участка нефтепровода непрерывно или в дискретные моменты времени. Рассматриваемая задача формулируется в вариационной постановке в рамках задачи оптимального управления ОРП, а более точно задачи синтеза управления, т.к. текущее значение идентифицируемой функции зависит от текущего состояния процесса. Оптимизируемым является, например, функционал

$$J(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_{\underline{T}_i + \Delta T}^{\bar{T}_i} \{ [\omega(0, t; \lambda, \varphi_{0i}, \varphi_{li}) - \psi_{0i}(t)]^2 + \quad (38)$$

$$+ [\omega(\ell, t; \lambda, \varphi_{0i}, \varphi_{li}) - \psi_{li}(t)]^2 \} dt$$

среднеквадратичного отклонения наблюдаемых граничных условий

$$\omega_i(0, t) = \psi_{0i}(t), \quad \omega_i(\ell, t) = \psi_{li}(t), \quad (39)$$

от рассчитанных в результате решения задачи (37) с граничными условиями

$$p_i(0, t) = \varphi_{0i}(t), \quad p_i(\ell, t) = \varphi_{li}(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (40)$$

и начальными условиями

$$p_i(x, \underline{T}_i) = [\varphi_{li}(\underline{T}_i) - \varphi_{0i}(\underline{T}_i)] x / \ell + \varphi_{0i}(\underline{T}_i), \quad (41)$$

$$\omega_i(x, \underline{T}_i) = [\varphi_{0i}(\underline{T}_i) - \varphi_{li}(\underline{T}_i)] / (\beta \ell).$$

Здесь $[\underline{T}_i, \bar{T}_i]$, $i = 1, 2, \dots, N$, – временные промежутки достаточно большой длительности, в которых проводились наблюдения за режимами перекачки; ΔT – заданная длительность влияния начальных условий для каждого конкретного участка с учетом свойств перекачиваемой жидкости и геометрических размеров участка.

Предположим, что, исходя из априорной информации о процессе, известен диапазон реально возможных значений скорости движения жидкости в нефтепроводе, т.е. $\omega(x, t) \in \Omega = [\underline{\omega}, \bar{\omega}]$, $x \in (0, \ell)$, $t > t_0$, где $\underline{\omega}, \bar{\omega}$, – известные предельные значения функции $\omega(x, t)$. Квантуем множества Ω и X заранее

заданными значениями $\omega_i, i = 0, 1, 2, \dots, L_\omega$, и $x_j, j = 0, 1, 2, \dots, L_x$, такими, что:

$$\begin{aligned} \underline{\omega} &= \omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_{L_\omega} = \bar{\omega}, \\ 0 &= x_0 < x_1 < \dots < x_{L_x} = \ell. \end{aligned}$$

Предполагаем, что функция $\lambda(\omega, x)$ является кусочно-постоянной относительно ω и x :

$$\begin{aligned} \lambda(\omega, x) &= \lambda_{ij} = \text{const}, \omega \in \Omega_i = [\omega_{i-1}, \omega_i), \\ x \in X_j &= [x_{j-1}, x_j); i = 1, 2, \dots, L_\omega, j = 1, 2, \dots, L_x. \end{aligned} \tag{42}$$

Рассмотрен также и более общий случай, когда функция $\lambda(\omega, x)$ определяется посредством заранее заданного множества базисных функций, т.е.

$$\lambda(\omega, x) = \sum_{s=1}^M \lambda_{ij}^s \gamma_s(\omega), \omega \in \Omega_i, x \in X_j.$$

Задача нахождения функции $\lambda(\omega, x)$ заменяется задачей нахождения конечномерного вектора $\Lambda = (\lambda_{ij})_{\substack{j=1,2,\dots,L_x \\ i=1,2,\dots,L_\omega}}$, минимизирующего функционал (38). Для этого получены формулы для компонент градиента целевого функционала относительно идентифицируемых параметров. Для численного решения поставленной коэффициентно-обратной задачи разработано программное обеспечение и проведены численные эксперименты на примере решения тестовых задач.

Полученные результаты также могут быть использованы при математическом моделировании и решении обратных задач для многих технологических процессов и технических объектов, идентифицируемые параметры которых являются функциями состояния процесса (объекта).

В четвертом и пятом параграфах пятой главы исследуются две задачи синтеза управления с обратной связью для ОРП на основе непрерывного наблюдения за фазовым состоянием объекта в определенных его точках.

Решается задача синтеза управления процессом нагрева трубчатого теплообменника в паровой рубашке с обратной связью, описываемого уравнением:

$$\begin{aligned} u_t(x, t) + au_x(x, t) &= -\alpha[u(x, t) - \vartheta(t)], \\ (x, t) \in \Omega &= [0, \ell] \times (0, T], \end{aligned} \quad (43)$$

где $a = \text{const}$ – заданная скорость движения жидкости в теплообменнике и обогревательной системе; ℓ – длина части теплообменника, находящейся в паровой рубашке; $\vartheta(t)$ – температура, создаваемая внутри паровой рубашки, являющаяся кусочно-непрерывной функцией времени; $\alpha = \text{const}$ – коэффициент теплопередачи; $u(x, t)$ – температура жидкости в точке $x \in (0, \ell)$ в момент времени $t \in (0, T]$ из класса непрерывно-дифференцируемых по x и t функций.

Начальные и граничные условия задаются в следующей форме:

$$u(x, t_0) = u_0(x) \in G_0, \quad x \in [0, \ell], \quad (44)$$

$$u(0, t) = (1 - \gamma) u(\ell, t - \Delta), \quad t \in (0, T], \quad (45)$$

где $\gamma \in G_1 = (0, \delta)$, $0 < \delta < 1$, – параметр, характеризующий величину потери тепла при прохождении жидкости по обогревательной системе; Δ – транспортное запаздывание, определяемое длиной L обогревательной системы, находящейся вне паровой рубашки ($\Delta = L/a$). Здесь непрерывная функция $u_0(x)$ и параметр γ заданы неточно, но их значения принадлежат некоторым заданным множествам G_0 и G_1 с известными функциями плотности распределения $\rho_{G_0}(u_0(x))$ и $\rho_{G_1}(\gamma)$.

Внутри печи вдоль теплообменника устанавливаются термодатчики (датчики), которые измеряют температуру жидкости в заданных N точках $\bar{x}_j \in [0, \ell]$, $j = 1, 2, \dots, N$. Эти измерения используются для назначения необходимой температуры в паровой рубашке $\vartheta(t)$. Датчики реализуют оперативное

наблюдение и ввод информации о состоянии процесса нагрева в этих точках в систему управления, определяемого вектором

$$\bar{u}(t) = (u(\bar{x}_1, t), u(\bar{x}_2, t), \dots, u(\bar{x}_N, t)), t \in (0, T]. \quad (46)$$

Для управления процессом нагрева жидкости в паровой рубашке синтезируется регулятор, который по результатам измерений температуры в точках \bar{x}_j , $j = 1, 2, \dots, N$, теплообменника обеспечивает поддержание выходной температуры жидкости $u(\ell, t)$ на заданном уровне за счет назначения необходимой температуры $\vartheta(t)$ в паровой рубашке. Задано множество V допустимых управлений $\vartheta(t)$, которое определяется из технологических условий и, как правило, оно определяется неравенством вида

$$\underline{\vartheta} \leq \vartheta(t) \leq \bar{\vartheta}, t \in [0, T], \quad (47)$$

где $\underline{\vartheta}$ и $\bar{\vartheta}$ – заданные значения.

Рассматриваемая задача управления процессом нагрева жидкости с обратной связью состоит в построении зависимости значения температуры печи от замеренных значений состояния в наблюдаемых точках:

$$\vartheta(t) = w(\bar{u}(t)) \in V, t \in (0, T], \quad (48)$$

минимизирующей критерий качества управления, заданный, например, в виде следующего функционала:

$$J(w) = \int_{G_0} \int_{G_1} \int_0^T [u(\ell, t; w, u_0, \gamma) - \tilde{u}(t)]^2 dt d\rho_{G_1}(\gamma) d\rho_{G_0}(u_0). \quad (49)$$

Здесь $u(x, t; w, u_0, \gamma)$ – решение задачи (43)–(45), соответствующее выбранным начальному и граничному условиям $u_0(x)$ и γ , а также допустимым значениям управления $w(\bar{u}(t))$; $\tilde{u}(t)$ – функция, характеризующая желаемые значения температуры жидкости на правом конце (выходе) теплообменника в течение всего процесса нагрева жидкости.

Предположим, что, исходя из технологических условий, известно, что при всевозможных допустимых значениях управления, начального и граничного условий, значение

температуры жидкости в теплообменнике удовлетворяет следующему неравенству:

$$\underline{\underline{u}} \leq u(x, t; w, u_0, \gamma) \leq \overline{\overline{u}}, \quad (x, t) \in \Omega. \quad (50)$$

Разбиваем множество всевозможных значений температуры $[\underline{\underline{u}}, \overline{\overline{u}}]$ на M полуинтервалов:

$$[\underline{\underline{u}}, \overline{\overline{u}}] = \bigcup_{k=1}^M [u_{k-1}, u_k), \quad u_0 = \underline{\underline{u}}, \quad u_M = \overline{\overline{u}}, \quad (51)$$

заданными значениями u_k , $k = 0, 1, 2, \dots, M$. Для определения управления вида (48) используем класс кусочно-постоянных функций:

$$\begin{aligned} w(\overline{\overline{u}}(t)) &= \omega_{i_1, i_2, \dots, i_N} = \text{const}, \\ u_{i_j-1} &\leq u(\overline{x}_j, t; \vartheta, u_0, \gamma) \leq u_{i_j}, \quad t \in (0, T], \\ i_j &\in \{1, 2, \dots, M\}, \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (52)$$

где $\omega_{i_1, i_2, \dots, i_N}$ – пока неизвестные значения, которые требуется определить из условия минимума функционала (49).

Таким образом, рассматриваемая задача управления процессом нагрева в теплообменнике (43)–(45) с обратной связью (46) на классе зональных кусочно-постоянных функций (52) состоит в определении M^N -мерного вектора $\omega = (\omega_{i_1, i_2, \dots, i_N})$, $i_j = 1, 2, \dots, M$, $j = 1, 2, \dots, N$, минимизирующего функционал (49). Для ее решения получены формулы для компонент градиента целевого функционала. Приводятся результаты численных экспериментов на тестовых задачах.

Важную роль при определении оптимальных зональных значений управляющей функции $\vartheta(t)$ с применением описанного выше подхода играет выбор как количества, так и конкретно самих зон. Рекомендуется следующий подход, в котором сначала произвольно выбирается начальное значение M и назначаются какие-либо зоны. Решив поставленную выше задачу синтеза управления, проводится анализ полученных оптимальных зональных значений управляющего воздействия по всем

соседним зонам. В случае, если оптимизируемые параметры в каких-либо двух смежных зонах различаются незначительно, то эти смежные зоны можно объединить в одну, большую зону, уменьшив таким образом число M , а следовательно, и число переключений управления печью. В случае, если оптимизируемые параметры в двух смежных зонах различаются существенно, то, наоборот, следует разбить каждую из этих смежных зон, например, на две меньшие зоны, т.е. увеличить число M , и вновь решать поставленную задачу синтеза управления. Увеличение количества зон следует проводить до тех пор, пока значение целевого функционала не перестанет существенно меняться (уменьшаться).

Рассмотрена также задача управления процессом нагрева пластины посредством сосредоточенных точечных источников:

$$u_t = a^2 \Delta u + \sum_{j=1}^L \vartheta^j(t) \delta(x - \bar{x}^j), \quad (53)$$

$$(x, t) \in \Omega \times (0, T].$$

Здесь Ω – двумерная область, занимаемая пластиной, в точках $\bar{x}^j = (\bar{x}_1^j, \bar{x}_2^j)$ которой размещены источники тепла с оптимизируемой мощностью $\vartheta^j(t)$, $j = 1, 2, \dots, L$; L – заданное число источников; Δ – двумерный оператор Лапласа; $\delta(\cdot)$ – двумерная обобщенная функция Дирака; a^2 – коэффициент температуропроводности.

Предположим, что на пластине в N точках с координатами:

$$\tilde{x}^s = (\tilde{x}_1^s, \tilde{x}_2^s) \in \Omega, \quad s = 1, 2, \dots, N, \quad (54)$$

установлены датчики, осуществляющие оперативное наблюдение и ввод в систему управления информации о состоянии процесса нагрева в этих точках, определяемого вектором:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= (\tilde{u}^1(t), \tilde{u}^2(t), \dots, \tilde{u}^N(t)), \\ &= (u(\tilde{x}^1, t), u(\tilde{x}^2, t), \dots, u(\tilde{x}^N, t)), \quad t \in (0, T], \end{aligned} \quad (55)$$

$$u(x, t_0) = g_0(x) \in G_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (56)$$

$$u(x, t)|_{\Gamma_1} = g_1(t) \in G_1(t), \quad t \in (0, T], \quad (57)$$

$$\frac{d}{dn} u(x, t)|_{\Gamma_1} = g_2(t) \in G_2(t), \quad t \in (0, T]. \quad (58)$$

Здесь $G_i(\cdot)$, $i = 0, 1, 2$, – точечно-множественные отображения, для которых каждому значению аргумента сопоставляется замкнутое ограниченное множество, при этом заданы соответствующие функции распределения $\Phi_i(g_i(\cdot))$, $i = 0, 1, 2$, характеризующие распределения возможных значений, принимаемых начально-краевыми условиями.

Рассматриваемая задача управления процессом нагрева пластины заключается в выборе допустимых значений мощностей источников в зависимости от значений текущих состояний в наблюдаемых точках пластины

$$\begin{aligned} \vartheta^j(t) &= \vartheta^j(\tilde{u}^1(t), \tilde{u}^2(t), \dots, \tilde{u}^N(t)), \quad \vartheta^j(t) \in V^j, \\ j &= 1, 2, \dots, L; \quad t \in (0, T]; \end{aligned} \quad (59)$$

$$\tilde{u}^s(t) = u(\tilde{x}^s, t), \quad s = 1, 2, \dots, N, \quad (60)$$

минимизирующих заданный функционал, где V^j – множество допустимых значений, $V = (V^1, V^2, \dots, V^L)$.

Целевой функционал имеет вид:

$$\begin{aligned} J(\vartheta) &= \sum_{j=1}^L \int_{t_0}^T [\vartheta^j(t)]^2 dt + \\ &+ \int_{G_0} \int_{G_1} \int_{G_2} I(x, T; \vartheta, g_0, g_1, g_2) d\Phi_2(g_2) d\Phi_1(g_1) d\Phi_0(g_0), \end{aligned} \quad (61)$$

$$I(\cdot) = \int_{\Omega} [u(x, T; \vartheta, g_0, g_1, g_2) - \hat{u}(x)]^2 d\Omega,$$

где $u(x, T; \vartheta, g_0, g_1, g_2)$ – решение задачи (53), (56)-(58), соответствующее конкретно выбранным начально-краевым

функциям $g_0(x), g_1(t), g_2(t)$ и допустимым значениям управления $\vartheta(t)$; $\hat{u}(x)$ – заданная функция, характеризующая желаемое распределение температуры в конечный момент времени процесса нагрева.

Пусть известно, что значения фазовых состояний пластины удовлетворяют неравенству

$$\underline{u} \leq u(x, t; \vartheta, g_0, g_1, g_2) \leq \bar{u}, \quad (x, t) \in \Omega, \quad (62)$$

при всевозможных допустимых управлениях и начально-краевых функциях

$$\vartheta(t) \in V, \quad g_0(x) \in G_0, \quad g_1(t) \in G_1, \quad g_2(t) \in G_2. \quad (63)$$

Разобьем множество всевозможных значений температуры $[\underline{u}, \bar{u}]$ значениями $u_k, k = 0, 1, \dots, m$, на m температурных интервалов:

$$[\underline{u}, \bar{u}] = \bigcup_{k=1}^m [u_{k-1}, u_k], \quad u_0 = \underline{u}, \quad u_m = \bar{u}. \quad (64)$$

Кусочно-постоянные значения управлений будем выбирать в зависимости от принадлежности температуры тому или иному температурному интервалу.

Пусть управления удовлетворяют условию кусочно-постоянных функций

$$\begin{aligned} \vartheta^j(t) &= \vartheta_{i_1, i_2, \dots, i_N}^j = \text{const}, \quad i_s = 1, 2, \dots, m; \\ s &= 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (65)$$

в случаях, когда значения текущих состояний в наблюдаемых точках соответствуют неравенствам:

$$\begin{aligned} u_{i_s-1} &\leq u(\tilde{x}^s, t; \vartheta(t), g_0, g_1, g_2) \leq u_{i_s}, \\ i_s &= 1, 2, \dots, m; \quad s = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (66)$$

В N -мерном фазовом пространстве состояний $u(\tilde{x}^s, t)$, $s = 1, 2, \dots, N$, множества (66) представляют собой N -мерные параллелепипеды, общее число которых равно m^N .

Ясно, что управления (65) как и (59) предполагают наличие обратной связи, причем в случае (65) значения мощностей управляемых источников в процессе нагрева пластины изменяются лишь в моменты, когда совокупность состояний в

наблюдаемых точках переходит из одного фазового параллелепипеда (66) в другой.

Рассматриваемая задача управления нагревом пластины с использованием обратной связи на классе кусочно-постоянных функций заключается в оптимизации $L \times m^N$ -мерного вектора

$$\vartheta = (\vartheta_{i_1, i_2, \dots, i_N}^j), i_s = 1, 2, \dots, m, s = 1, 2, \dots, N, \quad (67)$$
$$j = 1, 2, \dots, L.$$

Для синтеза зональных управлений получены формулы градиента функционала в пространстве оптимизируемых параметров.

Шестая глава диссертации, состоящая из 4 параграфов, посвящена вопросам создания алгоритмического и программного обеспечения решения сложных оптимизационных задач на основе диалогового и автоматического систем управления пакетом программ безусловной оптимизации. Проведен анализ методов, алгоритмов управления вычислительным процессом решения сложных задач с использованием многопроцессорных (многоядерных) компьютерных систем. Разработанные автором диалоговая система и система автоматического управления процессом оптимизации созданы по модульному принципу с учетом дальнейшего расширения возможностей, и используют алгоритмы распараллеливания вычислений. Разработанные системы оснащены обширной библиотекой программ оптимизации, предусмотренный в них диалоговый сервис дает возможность пользователю управлять процессом решения задач на компьютере, в зависимости от текущих результатов расчетов выбирать наиболее рациональную последовательность применяемых методов, корректируя в случае необходимости параметры методов, вносить изменения в постановку решаемых задач. Отметим, что, начиная с 70-х годов прошлого века, в разных школах проводятся работы по созданию интеллектуальных алгоритмов для управления пакетами программного обеспечения. Здесь стоит отметить, например, школу Ю.Г.Евтушенко, разработавшую управляющие диалоговые системы безусловной оптимизации («DISO») и

оптимального управления («DISOPT»), а также школу К.Р.Айдазаде, разработавших системы управления решения задач векторной оптимизации («DIVO») и глобальной оптимизации («GLOPT»).

Известно, что, при использовании численных методов оптимизации для решения конкретных задач приходится проводить огромный объем вычислений. Поэтому широкое внедрение методов оптимизации стало возможным лишь сравнительно недавно, благодаря созданию современных мощных быстродействующих компьютерных систем. Несмотря на наличие большого количества методов численного решения различных классов задач, выбор наиболее эффективного метода решения конкретной задачи при определенных значениях ее параметров требует большого количества сравнительных экспериментов. Конечные пользователи, как правило, испытывают трудности при проведении таких экспериментов, что требует знания области применимости различных численных методов и надлежащего проведения сравнительного анализа результатов, требующего много времени. Качество численного метода характеризуется многими факторами: областью сходимости метода, скоростью сходимости, временем выполнения одной итерации, объемом памяти машины, необходимым для реализации метода, классом решаемой задачи и т.д. Оптимизационные задачи обладают также большим разнообразием: среди них встречаются гладкие и негладкие задачи, малой и высокой размерности, овражного типа, унимодальные и многоэкстремальные и т.п. Совершенно ясно, что не поиск универсального метода, а разумное сочетание разнообразных методов позволит с наибольшей эффективностью решать поставленную задачу оптимизации.

Управление процессом оптимизации обычно осуществляется статически, когда пользователь заранее задает сценарий расчетов, то есть определяет последовательность применяемых им методов, их параметров, вводит эту информацию в компьютер, и получает результаты только после

завершения всех расчетов. Этот подход, как правило, приводит к значительному объему вычислений, поскольку на постановке задачи заранее трудно предугадать ход вычислительного процесса. Более целесообразно осуществлять управления расчётами в диалоговом режиме, когда пользователь в процессе расчетов получает сведения о текущих результатах, изменяет параметры метода, осуществляет целенаправленный и осознанный переход от одного метода оптимизации к другому. Диалоговые системы и системы автоматического управления позволяют создать универсальный инструмент решения разнообразных практических задач.

Для класса задач многомерной безусловной оптимизации предлагаются два подхода с целью облегчения использования доступных прикладных программных пакетов с использованием современных многопроцессорных (многоядерных) компьютерных систем. Один из таких подходов включает в себе активную работу конечного пользователя с программным пакетом оптимизации в режиме диалога. Другой подход включает управление пакетами с помощью специально разработанной программы управления в автоматическом режиме.

Реализация для последовательной (одноядерной) архитектуры имеет важное самостоятельное значение и может рассматриваться в качестве базового блока реализаций для многопроцессорных или многоядерных архитектур. Ниже детально описывается одна из возможных схем реализации алгоритма решения задач оптимизации на таких архитектурах. Пусть M_1, M_2, \dots, M_k – есть список методов оптимизации, составленный из алгоритмов, находящихся в пакете программ безусловной оптимизации. Целесообразно в список включать разнородные по характеристикам методы, если о структуре целевой функции, вообще говоря, ничего не известно. Список может носить и проблемно-ориентированный характер, если есть какая-либо информация о целевой функции, например, известно, что функция выпукла, квадратична, овражна, недифференцируема, и т.п. Прогресс решения задачи проводится

по этапам, каждый из которых состоит из обучающего и рабочего шагов. Первый из этих этапов предназначен для выявления локально эффективного алгоритма из имеющегося списка алгоритмов. После этого проводится рабочий шаг, который заключается в решении задачи с использованием только того алгоритма, который был выявлен на первом этапе. Как на обучающий, так и на рабочий шаг даются определенные кванты времени. На этапе обучения можно воспользоваться 2 вариантами.

1. Для определения локальной эффективности методов, оптимизация проводится с одной и той же точки x^0 . В этом случае происходит несколько неэкономное расходование машинного времени, и обучение используется только лишь для выявления локально эффективного алгоритма;
2. Время обучения используется не только для нахождения эффективного алгоритма, но и для продвижения к точке минимума, поскольку для обучения каждого следующего алгоритма используется не исходная, а текущая точка.

Второй вариант является более экономичным и быстрым за счет того, что время обучения является активным в процессе оптимизации. На этапе обучения всем алгоритмам из исходного списка M_1, M_2, \dots, M_k представляется возможность проявить себя в течение заданного начального кванта времени. Исключение составляют те методы, которые дважды подряд на шаге обучения оказались самыми низкоэффективными. Им квант времени не выдается, и они временно исключаются из списка. Величина начального кванта времени зависит от вида минимизируемой функции, точнее, от времени, затрачиваемого вычислительной системой на одно вычисление целевой функции, и от количества ее переменных: $\tau = \tau(n, \theta)$, где θ – время на одно вычисление функции, а n – размерность решаемой задачи оптимизации. В результате на этапе обучения выявляется наиболее эффективный алгоритм, который и задействуется в течение рабочего шага. Продолжительность рабочего шага $T_i = T_i(n, \theta, \tau)$ выбирается следующим образом:

$$T_0 = \alpha\tau, T_i = \delta_i T_{i-1} + T_0, \alpha > 1. \quad (68)$$

Величина α зависит от сложности и размерности целевой функции и выбирается априорно. Испытания желательно проводить при различных значениях α . Величина $\delta_i = 1$, если на двух последовательных этапах наиболее эффективным оказался один и тот же метод. В противном случае $\delta_i = 0$, т.е. продолжительность рабочего шага может увеличиваться, если какой-либо метод оказался самым эффективным на нескольких последовательных этапах. Это означает, что для минимизации данной целевой функции найден именно тот метод, который за минимальное время достигает точки оптимума и поэтому для такого случая (вообще говоря, идеального) проводить дальнейшее обучение не имеет смысла. Для вычислений значений локальных эффективностей методов используется следующая формула:

$$E_i = \frac{|f(x^{k+1}) - f(x^k)|}{|f(x^k)| + \epsilon} + \frac{\|x^{k+1} - x^k\|}{\|x^k\| + \epsilon} \quad (69)$$

Здесь E_i – локальная эффективность i -го алгоритма, x^{k+1}, x^k – начальная и конечная точки, полученные при использовании i -го алгоритма, $f(x^{k+1}), f(x^k)$ – значения целевой функции в этих точках, $\|\cdot\|$ – Евклидова норма, ϵ – малое положительное число. В случае, если значение функции за квант времени не уменьшилось, локальная эффективность такого алгоритма считается равной 0. Если на этапе обучения все методы из списка обнаружили нулевую эффективность, дальнейший поиск прекращается, процедура останавливается. Эта ситуация возможна в случае, когда список методов не ориентирован на решение данной задачи (например, функция овражна, а список состоит из покоординатного спуска и градиентных методов). Таким образом, включение в список разнохарактерных методов поможет избежать таких ситуаций. Отметим, что локальная нулевая эффективность метода может появиться у метода и в том случае, когда при его работе появляется арифметическое прерывание. Введя в программный код системы обработку исключительных ситуаций, в этом случае необходимо

обеспечить переход от i -го к следующему, $i + 1$ -му методу из списка, причем i -й метод до конца не обрабатывает выделенный ему квант времени и получает значение локальной эффективности $E_i = 0$. Критерием выхода из предлагаемой процедуры является выполнение условия окончания поиска в одном из методов. В этом случае происходит не насильственное прерывание от таймера, а естественное завершение работы метода и всей процедуры в целом. В заключение пользователь получает накопленную информацию о ходе поиска, в которую входит оптимальная цепочка проработавших на рабочих шагах методов, общее время поиска решения, а также значения целевой функции, координат и локальных эффективностей, полученные на этапах обучения.

Рассмотрим теперь многопоточный подход: параллельно выполняется несколько независимых потоков инструкций, имеющих доступ к общей памяти. Наиболее простым вариантом реализации представляется подход, при котором потоки независимым образом выполняют операции последовательного алгоритма, описанного выше. Ниже предлагается стратегия решения задач безусловной оптимизации с автоматическим выбором на каждом этапе алгоритма оптимизации. Предположим, что имеется список M_1, M_2, \dots, M_k методов оптимизации, который составлен из находящихся в пакете программ безусловной оптимизации алгоритмов. Решение задачи безусловной оптимизации проводится по этапам. На каждом этапе проводятся следующие действия (шаги).

1. На первоначальном шаге из списка всех имеющихся в наличии алгоритмов безусловной оптимизации M_1, M_2, \dots, M_k случайным образом выбираются несколько алгоритмов $M_{S_1}, M_{S_2}, \dots, M_{S_N}$, количество N которых выбирается равным количеству ядер, установленных в системе. Заметим, что величину N можно брать также кратным числу установленных в системе ядер центрального процессора (например, $2N, 3N$, и т.д.).

2. Для определения локальных эффективностей методов, оптимизация проводится с одной и той же начальной точки x^0 и используется для выявления локальной эффективности каждого проработавшего алгоритма. Этот шаг используется не только для нахождения эффективных алгоритмов, но и для одновременного продвижения к точке минимума, т.е. «время рабочего шага» является активным в процессе оптимизации. На этапе «рабочего шага» всем алгоритмам из исходного списка $M_{S_1}, M_{S_2}, \dots, M_{S_N}$ представляется возможность проработать в течение заданного начального кванта времени t .
3. На этапе рабочего шага выявляются наиболее эффективные алгоритмы. Продолжительность рабочего шага T_i выбирается по формуле (68) и может увеличиваться, если какой-либо метод оказался самым эффективным на нескольких последовательных этапах. Это означает, что для минимизации данной целевой функции найден именно тот метод, который за минимальное время достигает точки оптимума и поэтому для такого случая, вообще говоря, идеального, проводить дальнейшую выборку алгоритмов смысла не имеет.
4. Вычисляются значения локальных эффективностей E_i методов по формуле (69). Из списка рабочих алгоритмов исключается половина тех, которые обнаружили самую низкую эффективность. При этом у этих алгоритмов наращивается «флаг низкой эффективности». Если на этапе обучения все методы из списка обнаружили нулевую эффективность, дальнейший поиск прекращается, и процедура решения задачи оптимизации останавливается. Эта ситуация возможна в том случае, когда список методов не ориентирован на решение данной задачи. Отметим, что локальная нулевая эффективность метода может появиться у метода и в том случае, когда при его работе появляется арифметическое прерывание. В этом случае данный метод до конца не отработывает выделенный ему квант времени и получает значение локальной эффективности равной 0.

5. В список рабочих алгоритмов добавляется такое же количество других алгоритмов, сколько было исключено на предыдущем шаге. В список включаются только те алгоритмы, у которых флаг низкой эффективности самый маленький по значению (выбираются они опять же случайным образом). После формирования нового списка рабочих алгоритмов, повторяются шаги 2-5.

В описанной выше процедуре все методы из списка принудительно прерываются по истечению заданного кванта времени, при этом для какого-либо метода(ов) может быть не завершена до конца начатая очередная итерация. Возможная модификация этой процедуры состоит в том, чтобы дать возможность всем методам завершить начатые итерации или провести целое количество итераций в окрестности задаваемого интервала времени. В последнем случае возникает необходимость небольшого изменения формулы для подсчета локальной эффективности метода. Критерием выхода из описанной процедуры является нулевая эффективность всех методов из списка, т.е. тогда, когда дальнейший поиск оптимальной точки любым алгоритмом из списка не приводит к улучшению результатов. В заключение пользователь получает накопленную информацию в ходе поиска, в которую входит цепочка проработавших на рабочих шагах методов, общее время поиска решения, а также значения целевой функции, координат и локальных эффективностей, полученные на всех этапах.

В отличие от параллельных распределенные системы имеют иерархическую организацию: они состоят из разнородных узлов, каждый из которых может, в свою очередь, быть параллельной системой, то есть одной из систем, рассмотренных выше. Естественно предположить, что максимальная эффективность достигается, когда вычислительный процесс организован в соответствии с этой иерархией. При таком подходе на каждом из узлов вычисления выполняются по наиболее подходящей для данного узла схеме. Фактически на каждом из узлов распределенной системы выполняется отдельное

приложение – «solver» (солвер), выполняющее операции выбранного алгоритма оптимизации. Взаимодействие между несколькими приложениями организуется на следующем уровне иерархии через выделенный центральный управляющий процесс – «супервизор».

Первый этап решения задачи в распределенной вычислительной среде – синтез вычислительного пространства, которое формируется экземплярами солверов. При большом числе узлов запуск приложений вручную может быть достаточно трудоемким. Поэтому необходимо обеспечить возможность автоматизации запуска солверов супервизором. При этом используются средства удаленного запуска заданий, предусмотренные конкретной системой, например, SSH, грид-сервисы и другие.

Созданное вычислительное пространство может использоваться для решения задачи. В процессе решения необходимо распределять вычисления между солверами с целью обеспечения максимальной эффективности выполнения приложения в распределенной среде. Обмен данными между солверами и супервизором может осуществляться средствами, предусмотренными для взаимодействия с конкретным узлом. Если имеется возможность установить прямое сетевое соединение, используются способы обмена, основанные на протоколах TCP/IP, например, интерфейс сокетов. В некоторых случаях обмен данными с приложениями возможен только через передачу файлов средствами промежуточного программного обеспечения «грид». Балансировка нагрузки происходит на двух уровнях: на верхнем уровне супервизор распределяет вычислительную нагрузку между солверами, а на нижнем (в пределах одного вычислительного узла) солвер распределяет работу между методами, предназначенными для конкретного типа вычислительного узла.

Оба подхода предложенного выше алгоритма поиска дают возможность автоматического выбора эффективного быстродействующего метода оптимизации из имеющегося

списка для решения конкретной задачи благодаря самообучению используемых методов.

В **приложении** приводятся листинги основных модулей разработанного программного обеспечения, рисунки и таблицы.

ВЫВОДЫ

В диссертационной работе разработаны и исследованы численные методы, алгоритмы и программное обеспечение решения некоторых классов задач параметрической идентификации и синтеза управляющих параметров для систем как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами. Для решения этих проблем использован единый подход, который заключается во введении в рассмотрение понятия «зональных параметров» как для идентификации, так и управляющих воздействий.

Основными результатами диссертационной работы являются:

- Предложен и обоснован численный метод решения задач параметрической идентификации динамических, в общем случае, нелинейных объектов с сосредоточенными параметрами, описываемых системами нелинейных дифференциальных уравнений с обыкновенными производными.
- Предложен подход к численному решению класса обратных задач по определению поверхностей переключения, зависящих от состояния динамического процесса, описываемого разрывной системой обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Предложен подход к численному решению задачи синтеза оптимального управления объектами, описываемыми системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений при различных видах обратной связи по входу/выходу и на различных классах зональных управляющих функций при неточно заданной информации о значениях начальных условий и параметрах объекта.

- Для систем принятия решения по управлению динамическими процессами предложен подход, заключающийся в совмещении этапов параметрической идентификации математической модели и оптимизацию режимов.
- Решены задачи идентификации нелинейных коэффициентов математических моделей и синтеза управления относительно конкретных объектов с распределенными параметрами с применением предложенных в работе подходов.
- Предложен численный метод решения задачи идентификации коэффициента гидравлического сопротивления, зависящего от режимов движения углеводородного сырья на линейном участке трубопровода, описываемая системой гиперболических уравнений.
- Для объектов с распределенными параметрами на примере управления процессом нагрева теплообменником с запаздыванием во времени в краевых условиях на основе непрерывного наблюдения за фазовым состоянием объекта в определенных его точках предложен подход к синтезу управляющих воздействий.
- На примере задач управления процессами нагрева стержня и пластины предложен подход к синтезу управления сосредоточенными источниками для объектов с распределенными параметрами на основе непрерывного наблюдения за фазовым состоянием в определенных точках объекта.
- Создано математическое и программное обеспечения решения сложных оптимизационных задач на основе диалогового и автоматического управления пакетом программ безусловной оптимизации с применением параллельных вычислений на современных компьютерных системах с многопроцессорной/многоядерной архитектурой. Разработанные системы оснащены обширной библиотекой алгоритмов оптимизации.

В заключении автор выражает глубокую благодарность своему научному консультанту, доктору физико-математических

наук, профессору, член-корр. НАН Азербайджана К.Р.Айда-заде за постоянное внимание к работе и ценные советы.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Guliyev, S.Z. Synthesis of zonal control of lumped sources for the heat conduction process // – Baku: Azerbaijan Journal of High Performance Computing, – 2020. vol.3, no.2, – p.207-222.
2. Guliyev, S.Z. Optimization of zonal feedback parameters when controlling the rod heating process // International Conference "Modern Problems of Mathematics and Mechanics" devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics, – Baku: – October 23-25, – 2019, – p.216-218.
3. Кулиев, С.З. Управление процессом нагрева стержня с зональными параметрами обратной связи // Материалы IX Международной молодежной научно-практической конференции с элементами научной школы «Прикладная математика и фундаментальная информатика», посвященной 80-летию со дня рождения академика РАН Ю.Г. Евтушенко, – Омск: Издательство ОмГТУ, – 2019. т.3. №1, – с.77-80.
4. Guliyev, S.Z., Meherrem, Sh., Gucoglu, D.H. Numerical Solution of Linear-Quadratic Optimal Control Problems for Switching Systems // – Hungary: Miskolc Mathematical Notes, – 2018. vol.19, no.2, – p.1023-1033.
5. Кулиев, С.З. Синтез зональных управлений для одной задачи нагрева с запаздыванием в неразделенных краевых условиях // – Киев: Кибернетика и Системный Анализ, – 2018. т.54, №1, – с.124–136.
Guliyev, S.Z. Synthesis of zonal controls for a problem of heating with delay under nonseparated boundary conditions // Cybernetics and Systems Analysis, Springer, – 2018. v.54, – p.110-121.
6. Guliyev, S.Z. Numerical solution of a zonal feedback control problem for the heating process // 18th IFAC Conference on Technology, Culture and International Stability (TECIS-2018), – Baku: – September 13-15, – 2018, – p.251-256.

7. Guliyev, S.Z. Numerical solution of a zonal feedback control problem for the heating process // IFAC Papers Online 51-30, Elsevier, – 2018, – p.251-256.
8. Guliyev, S.Z. Controlling optimization software packages with the application of parallel computing // – Baku: Azerbaijan Journal of High Performance Computing, – 2018. vol.1, no.1, – p.113-125.
9. Кулиев, С.З. Численный метод решения задачи и оптимизации размещения и режимов работы скважин нефтепромысла // Материалы второй Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Инновационные технологии в нефтегазовой отрасли», посвященной 25-летию Института нефти и газа СКФУ, – Ставрополь: – 2018, – с.280-285.
10. Guliyev, S.Z. On a zonal feedback control problem for the heating process // International conference dedicated to the 90th anniversary of academician Azad Mirzajanzade, – Baku: – December 13-14, – 2018.
11. Кулиев, С.З. Оптимизация зональных параметров обратной связи при управлении процессом нагрева стержня // Материалы четвертой международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики», – Нальчик-Эльбрус: – 22-26 мая, – 2018.
12. Guliyev, S.Z. Numerical solution of a problem of synthesis of zonal values of lumped controls for the heating process // Proceedings of the conference “Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics”, – Baku: – May 21-24, – 2018.
13. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. О совмещении процессов математического моделирования и управления объектами // Информационный бюллетень Омского научно-образовательного центра ОмГТУ и ИМ СО РАН в области математики и информатики, – Омск: – 26 апреля - 4 мая, 2018. т.2, №1, – с.12.
14. Кулиев, С.З. Синтез зонального управления процессом нагрева при нелокальных граничных условиях с запаздывающим аргументом и с незадаанными начальными

условиями // Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и физики», – Нальчик-Трескол: – 17-21 мая, – 2017, – с.121-122.

15. Кулиев, С.З., Гасымов, С.Ю. Решение задачи синтеза сосредоточенных управляющих воздействий в процессе нагрева пластины // Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и физики», – Нальчик-Трескол: – 17-21 мая, – 2017, – с.122-123.
16. Кулиев, С.З. О способах управления пакетом программ оптимизации с применением параллельных вычислений // Седьмая международная молодежная научно-практическая конференция
17. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. О совмещении этапов параметрической идентификации математических моделей и управления сложными процессами // Труды международной научно-практической конференции «Математические методы и информационные технологии макроэкономического анализа и экономической политики», посвященной празднованию 80-летнего юбилея академика НАН РК Абдыкаппара Ашимовича Ашимова, – Алматы: – 11-12 апреля, – 2017, – с.303-307.
18. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. On methods of controlling optimization software packages with the application of parallel computing // “Proqram mühendisliyinin aktual elmi-praktiki problemləri” birinci respublika konfransının materialları, – Bakı: – 17 may, – 2017, – p.27-29.
19. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. On methods of controlling optimization software packages with the application of parallel computing // Eighth International Conference on Optimization Methods and Applications (OPTIMA-2017), – Petrovac: – 2017, – p.71.

а
м
и

н
а

20. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. On methods of controlling optimization software packages with the application of parallel computing // – Ukraine: Mathematical and Computer Modelling, Physical and Mathematical Sciences series, – 2017. no.5, – p.5-9.
21. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Zonal feedback control for a heating problem with delay in boundary conditions // Abstracts of the seventh International Conference “Optimization and Applications” (OPTIMA-2016), – Petrovac: – 2016, – p.21-22.
22. Кулиев, С.З. Синтез зональных управлений для одной задачи нагрева с запаздыванием в краевых условиях // Шестая международная молодежная научно-практическая конференция с элементами научной школы «Прикладная математика и фундаментальная информатика», – Омск: Издательство ОмГТУ, – 2016.
23. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Synthesis of zonal boundary controls for a heating problem with delay // International Workshop “Non-harmonic Analysis and Differential Operators”, – Baku: – may 25-27, – 2016.
24. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Задача идентификации коэффициента гидравлического сопротивления трубопровода // – Москва: Автоматика и Телемеханика, – 2016. №7, – с.123-141.
Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Hydraulic resistance coefficient identification in pipelines // Automation and Remote Control, Pleiades Publishing, – 2016. vol.77, no.7, – p.1225-1239.
25. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Синтез зональных управлений для нелинейных систем с нелинейной обратной связью // – Киев: Проблемы Управления и Информатики, – 2015. №1, – с.52-65.
Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Zonal control synthesis for nonlinear systems under nonlinear output feedback // Automation and Information Sciences, Begell House Inc., – 2015. vol.47, no.1, – p.51-66.
26. Кулиев, С.З. Численный метод решения коэффициентно-обратной задачи для неустановившегося движения в

нефтепроводе // – Минск: Инженерно-Физический журнал, – 2015. т.88, №2, – с.470-480.

Guliyev, S.Z. Numerical method of solution of the coefficient-inverse problem for unsteady motion in an oil pipeline // Engineering Physics and Thermophysics, – 2015. vol.88, no.2, – p.486-496.

27. Кулиев, С.З. Подход к определению коэффициента гидравлического сопротивления участка трубопровода при неустановившемся режиме движения жидкости // – Новосибирск: Сибирский журнал Индустриальной Математики, – 2015. т.18, №1(61), – с.84–94.

Guliyev, S.Z. An approach to determining the hydraulic resistance coefficient of a pipeline section under an unsteady flow regime // Journal of Applied and Industrial Mathematics, – 2015. vol.9, no.2, – p.241-250.

28. Кулиев, С.З. Идентификация коэффициента гидравлического сопротивления участка трубопровода при неустановившемся режиме движения жидкости // – Москва: Математическое Моделирование, – 2015. т.27, № 8, – с.47-62.

29. Guliyev, S.Z. Numerical method of determination of the resistance coefficient as a function of fluid velocity and of point of the pipeline section under unsteady flow regime // Extended abstracts of the fifth international conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA-2015), – Baku: – 2015, – p.324-327.

30. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Feedback control under different types and forms of observations // Extended abstracts of the fifth international conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA-2015), – Baku: – 2015, – p.230-233.

31. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Zonal control of nonlinear systems with feedback on state and on output // Abstracts of the sixth international conference “Optimization and Applications” (OPTIMA-2015), – Petrovac: – 2015, – p.26-27.

32. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Определение коэффициента гидравлического сопротивления участка нефтепровода при

неустановившемся режиме движения // Пятая международная молодежная научно-практическая конференция с элементами научной школы «Прикладная математика и фундаментальная информатика», – Омск: Издательство ОмГТУ, – 23-30 апреля, – 2015.

33. Кулиев, С.З. Зональное управление нелинейной динамической системой при нелинейной обратной связи // – Баку: Известия Национальной Академии Наук Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, – 2014. т.34, № 3, – с.140-152.
34. Guliyev, S.Z. Identification of the hydraulic resistance coefficient // Abstracts of the fifth international conference “Optimization and Applications” (OPTIMA-2014), – Montenegro: – 2014, – p.91-92.
35. Кулиев, С.З. Синтез управления в нелинейных системах при различных видах обратной связи и стратегий управления // – Киев: Проблемы Управления и Информатики, – 2013. №4, – с.63-74.
Guliyev, S.Z. Synthesis of control in nonlinear systems with different types of feedback and strategies of control // Automation and Information Sciences, Begell House Inc., – 2013. vol.45, no.7, – p.74-86.
36. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Zonal feedback control for nonlinear systems with nonlinear feedback // Extended abstracts of the fourth conference on Control and Optimization with Industrial Applications, (COIA-2013), – Borovets: – 2013, – p.6.
37. Кулиев, С.З. Задача синтеза зональных управлений для обогревательной системы // Труды четвертой международной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», – Нальчик: – 2013, – с.141-144.
38. Кулиев, С.З. Численное определение коэффициента гидравлического сопротивления при неустановившемся режиме движения нефти // Материалы международной научной конференции, посвященной 85-летию юбилею

- академика Азада Халил оглы Мирзаджанзаде, – Баку: – 2013, – с.149-150.
39. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. О численном решении одного класса обратных задач для разрывных динамических систем // – Москва: Автоматика и Телемеханика, – 2012. №5, – с.25-38.
Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. On numerical solution of one class of inverse problems for discontinuous dynamic systems // Automation and Remote Control, Pleiades Publishing, – 2012. vol.73, no.5, – p.786-796.
40. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Zonal control of lumped systems on different classes of feedback functions // Third international conference “Optimization Methods and Applications” (OPTIMA-2012), – Costa da Caparica: – September 23-30, – 2012, – p.153-156.
41. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Numerical solution to an inverse problem for quasilinear parabolic equation // Fourth international conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (PCI’2012), – Baku: – September 12-14, – 2012, – p.29-31.
42. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Some approaches to solve feedback control problems for nonlinear dynamic systems // Fourth international conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (PCI’2012), – Baku: – September 12-14, – 2012, p.25-28.
43. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Численное решение нелинейных коэффициентно-обратных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений // – Москва: Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики, – 2011. т.51, №5, – с.858-871.
Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Numerical solution of nonlinear inverse coefficient problems for ordinary differential equations // Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Pleiades Publishing, – 2011. vol.51, no.5, – p.803–815.
44. Кулиев С.З. Синтез зональных управлений для нелинейных систем при дискретных наблюдениях // Автоматика и Вычислительная Техника, №6, 2011, стр.49-57.

- Guliyev S.Z. Synthesis of Zonal Controls of Nonlinear Systems under Discrete Observations // Journal of Automatic Control and Computer Sciences, Allerton Press, vol.45, No.6, 2011, pp.338-345.
45. Кулиев, С.З. Синтез зональных управлений при дискретных наблюдениях // – Баку: Известия Национальной Академии Наук Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, – 2011. т.31, №6, – с.47-55.
 46. Кулиев, С.З. Численное решение класса обратных задач для разрывных динамических систем // – Баку: Известия высших технических учебных заведений Азербайджана, – 2011. т.74, №4, – с.71-80.
 47. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. On a zonal feedback control problem in distributed systems // Extended abstracts of the second international conference “Optimization and Applications” (OPTIMA-2011), – Montenegro: – 2011.
 48. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Zonal feedback control problems for non-linear dynamic systems // Extended abstracts of the second international conference “Optimization and Applications” (OPTIMA-2011), – Montenegro: – 2011.
 49. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. Determination of resistance coefficient for pipeline section under non-stationary regime // Abstracts of the fourth congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS), – Baku: – July 5-7, – 2011, – p.359.
 50. Guliyev, S.Z. Zonal feedback control in systems with lumped parameters // Abstracts of the fourth congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS), – Baku: – July 5-7, – 2011, – p.371.
 51. Guliyev, S.Z., Ismibeyli, R.E. Identification of discontinuity conditions in dynamic systems // Abstracts of the fourth congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS), – Baku: – July 5-7, – 2011, – p.379.
 52. Кулиев, С.З. Подход к идентификации коэффициентов нелинейных дифференциальных уравнений // – Баку: Известия Национальной Академии Наук Азербайджана, серия физико-

- технических и математических наук, – 2010. т.30, №6, – с.15-25.
53. Кулиев, С.З. Подход к идентификации коэффициентов нелинейных динамических объектов с сосредоточенными параметрами // – Киев: Электронное Моделирование, – 2010. т.32, №6, – с.15-30.
54. Guliyev, S.Z., Ismibeyli, R.E. Numerical solution to a parametrical identification problem for quasi-linear equations // The 24th Mini EURO Conference on Continuous Optimization and Information-Based Technologies in The Financial Sector, – Izmir: – 2010, – p.124-130.
55. Guliyev, S.Z., Bagirov, A.H. Solution to a class of inverse problems with respect to discontinuous systems // The 24th Mini EURO Conference on Continuous Optimization and Information-Based Technologies in The Financial Sector, – Izmir: – 2010, – p.113-120.
56. Guliyev, S.Z. On an inverse problem of the determination of switching conditions in discontinuous systems // The third international conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (PCI’2010) dedicated to the World Science Day for Peace and Development, – Baku: – 2010, – p.66-69.
57. Guliyev, S.Z. On a parametrical identification problem for non-linear equations // The third international conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (PCI’2010) dedicated to the World Science Day for Peace and Development, – Baku: – 2010, – p.70-73.
58. Кулиев, С.З. Идентификация условий перехода в нелинейных системах // Труды международного Российско-Болгарского симпозиума «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», – Нальчик: – 2010, – с.138-140.
59. Кулиев, С.З., Хорошко, М.Н. О совмещении этапов параметрической идентификации и оптимизации динамических процессов // – Баку: Известия Национальной

- Академии Наук Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, – 2009. т.29, №3, – с.10-16.
60. Кулиев, С.З. О совмещении этапов параметрической идентификации и оптимизации динамических процессов // – Киев: Электронное Моделирование, – 2009. т.31, №4, – с.3-16.
61. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Численное решение обратной задачи для квазилинейного уравнения теплопроводности // Труды международного Российско-Абхазского симпозиума «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», – Нальчик: – 2009, – с.27-29.
62. Кулиев, С.З. Подход к идентификации коэффициентов квазилинейных дифференциальных уравнений // Труды международного Российско-Абхазского симпозиума «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики», – Нальчик: – 2009, – с.136-137.
63. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Об одном классе обратных задач для разрывных систем // – Киев: Кибернетика и Системный Анализ, – 2008. т.44, №6, – с.142-152.
Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. On a class of inverse problems for discontinuous systems // Cybernetics and Systems Analysis, Springer, – 2008. vol.44, no.6, – p.915–924.
64. Кулиев, С.З. Об одной задаче оптимизации разрывных систем // – Баку: Известия Национальной Академии Наук Азербайджана, серия физико-технических и математических наук, – 2008. т.28, №6, – с.31-36.
65. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Об одном классе задач идентификации динамических объектов // – Киев: Электронное Моделирование, – 2008. т.30, №4, – с.105-116.
66. Guliyev, S.Z. Optimization problem for discontinuous systems // The second international conference “Problems of Cybernetics and Informatics” (PCI’2008), – Baku: – 2008, vol.3, – p.35-38.
67. Guliyev, S.Z. On numerical solving a class of inverse problems described by discontinuous ordinary differential equations // The second international conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA-2008), – Baku: – 2008, – p.69-70.

68. Guliyev, S.Z., Mamedov, R.S. On a class of inverse problems for discontinuous systems // The fourth international conference "Inverse Problems: Modelling and Simulation", – Fethiye: – 2008, – p.55-56.
69. Guliyev, S.Z. On a problem of parametrical identification of a dynamical system // Proceedings of the sixth international ISAAC congress, – Ankara: – August 13-18, – 2007, – p.50-51.
70. Кулиев, С.З., Айда-заде, К.Р. Об одной задаче синтеза управления для нелинейных систем // – Рига: Автоматика и Вычислительная Техника, – 2005. №1, – с.15-23.
Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. A task for nonlinear system control synthesis // Automatic Control and Computer Sciences, – 2005. vol.39, no.1, – p.15-23.
71. Guliyev, S.Z., Aida-zade, K.R. About one class of feedback control problems and approach to their solution // The first international conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA-2005), – Baku: – 2005, – p.17-18.

Защита диссертации состоится 15 Апреля 2022-го года в 15³⁰ на заседании Диссертационного совета ЕД 1.19, действующего на базе Института Систем Управления Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г. Баку, ул. Бахтияра Вахабзаде, 68.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Систем Управления Национальной Академии Наук Азербайджана.

Электронная версия диссертации и автореферата размещена на официальном сайте Института Систем Управления Национальной Академии Наук Азербайджана.

Автореферат разослан по соответствующим адресам 12 марта 2022 года

Подписано в печать: 04.03.2022

Формат бумаги: А5

Объём: 81633

Тираж: 70