

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

**QEYRİ-SƏLİS MƏNTİQİN Z-GENİŞLƏNDİRİLMƏSİNƏ
ƏSASLANAN QƏRAR QƏBULETMƏ METODLARININ
İŞLƏNMƏSİ VƏ TƏTBİQİ**

İxtisas: 3338.01 – Sistemli analiz, idarəetmə və informasiyanın işlənməsi (sahələr üzrə)

Elm sahəsi: Texnika

İddiaçı: **Rafiq Rəşad oğlu Əliyev**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Baku - 2021

Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin "Sənayedə və iqtisadiyyatda intellektual idarəetmə və qərar qəbuletmə sistemləri" elmi tədqiqat laboratoriyasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:

Texnika elmlər doktoru, professor
Lətafət Abbas qızı Qardaşova

Rəsmi opponentlər:

1. Texnika elmlər doktoru, professor
Səlahəddin İmaməli oğlu Yusifov
2. Texnika elmlər doktoru, professor
Məhəmməd Nurməhəmməd oğlu Nuriyev
3. Texnika elmlər doktoru, professor
Valeh Azad oğlu Mustafayev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetində ED 2.02 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

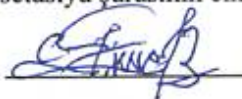
Texnika elmlər doktoru, professor



Mustafa Baba oğlu Babanlı

Dissertasiya şurasının elmi katibi:

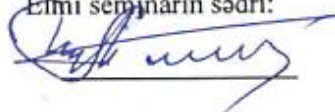
Texnika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent



Tahir Qaffar oğlu Cabbarov

Elmi seminarın sədri:

Texnika elmlər doktoru, professor



Tərhan Səməd oğlu Abdullayev

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Mövcud qərar qəbuletmə nəzəriyyələrini təhlil edərək belə nəticəyə gəlirik ki, bu nəzəriyyələr alternativlər, təbiət vəziyyətləri, ehtimallar və nəticələri müfəssəl təsvir edilmiş informasiya ilə xarakterizə olunan qərar mühiti üçün hazırlanmışdır.

Məlumdur ki, qərarların analizinin etibarlılığı və effektivliyi əsasən qərar qəbul edən şəxsin (QQŞ) üstünlüklərinin effektiv və bütöv formalaşdırılması ilə əlaqədardır. Real həyat problemlərində QQŞ-nin bilikləri qeyri-müəyyənlik və qismən etibarlıqla səciyyələnir. Bu, özündə qeyri-səlis və ehtimallı informasiyanın birləşməsinə ehtiva edir. Z-ədədlər konsepsiyası bu cür informasiyanı təsvir etmək üçün formal bir vasitədir (konstruksiyadır). Bu dissertasiya işində, Z-ədədli matrislər üçün Z-ədədli məxsusi qiymət və məxsusi vektor anlayışları təklif edilmişdir. Belə ki, QQŞ-nin üstünlüklərinin tutarlılığı haqqında biliyin analizi qərar matrisinin məxsusi qiymət və məxsusi vektoruna əsaslandığından, bu konsepsiyanın araşdırılması zəruridir.

Tutarlılıq anlayışı qərar alternativlərinin etibarlı qiymətləndirilməsi üçün üstünlük biliklərinin keyfiyyətini və sabitliyini qiymətləndirmək üçün istifadə olunur. Məşhur AHP (İyerarxik Təhlil Prosesləri) metodunda müqayisə olunan elementlər arasındakı üstünlük intensivliyinin rasionallığını qorumaq üçün istifadə olunan bir sıra ciddi şərtlər mövcuddur. QQŞ-nin məhdud rasionallığa və qismən etibarlı üstünlüklərə malik olduğu real vəziyyətlərdə bu tələblər ödənilə bilmir. Bu cür vəziyyətlər üçün tutarlılığa əsaslanan üstünlük dərəcələrinin müəyyən edilməsinə yeni bir yanaşmanın işlənməsi elmi tədqiqatçıların qarşısında duran problemdir.

Qərar qəbuletmə alternativlər və seçim meyarları üzrə üstünlüklərə əsaslanır. Bəzi hallarda münasibət tənlikləri insan biliklərindən qaynaqlanan maraq dəyişənlərinin asılılığı barədə dəqiq olmayan məlumatları formalaşdırmaq üçün istifadə olunur. Lakin real-həyat informasiyası onların mənbələrinin qismən etibarlılığı ilə

də xarakterizə olunur. Məlumatların qeyri-səlisliyi və qismən etibarlılığının sinerjisini ehtiva edən mühüm vasitələrdən biri Z-ədəd konsepsiyasıdır.

Qərar qəbuletmə nəzəriyyəsinin əsas qollarından biri, çoxatributlu qərar qəbuletmə problemdir. Çoxatributlu qərar qəbuletmə (ÇAQQ) prosesi bütün meyarları nəzərə almaqla mövcud alternativlər arasından ən yaxşısını müəyyən etməkdən ibarətdir. Bu və ya digər çoxatributlu qərar qəbuletmə nəzəriyyəsinin istifadəsi əsasən qərar qəbuletmə vəziyyətlərindən asılıdır. Mövcud vasitələrin əksəriyyəti qeyri-səlislik və qismən etibarlılıq ilə xarakterizə olunan qərar mühitində ÇAQQ problemlərinin həlli üçün çox effektiv deyildir. Təəssüf ki, bu günə qədər bimodal (qeyri-səlis + ehtimal) şəraitdə çoxatributlu qərar qəbuletmə ilə bağlı araşdırmalar çox azdır.

Dissertasiya işinin məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin məqsədi, qeyri-müəyyən və qismən etibarlı informasiya ilə səciyyələnən QQS-nin tutarlı və adekvat üstünlüklərinin qurulması üçün üsullar və metodologiyalar yaratmaqdır. Həmçinin Z-münasibətə (bimodal münasibət) əsaslanan qeyri-müəyyən mühitdə qərar qəbuletməyə yeni bir yanaşmanın təklif edilməsi məqsədə daxildir. Çoxatributlu qərar qəbuletmə problemi üçün ideal həll, məsafə və oxşarlıq ölçüsünə əsaslanan iki yeni yanaşma da işin məqsədinə daxil edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Dissertasiya işində aşağıdakı müddəalar müdafiəyə təqdim olunur:

- mövcud qərar qəbuletmə nəzəriyyələrinə yenidən baxılması və onların müqayisəli təhlili;
- məxsusi həllərin və üstünlük matrisləri üçün tutarlılığa əsaslanan yanaşmanın tədqiqi ilə qeyri-səlislik və qismən etibarlılıq ilə xarakterizə olunan qərar üstünlükləri metodunun işlənməsi;
- Z-münasibət tənliyi konsepsiyasının və Z-münasibətə əsaslanan qərar qəbuletmə metodunun təklifi;
- məsafə və oxşarlıq konsepsiyaları əsasında Z-çoxatributlu qərar qəbuletmə metodlarının işlənməsi.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində tədqiqat üsulları kimi qeyri-səlis məntiq, qeyri-səlis məntiqin Z-genişlənməsi, qeyri-səlis

və Z -ədədlər ilə hesablama, məxsusi qiymət və məxsusi vektor analizi, qeyri-səlis münasibət tənlikləri, məsafə və oxşarlıq ölçüləri istifadə olunmuşdur.

Tədqiqatın elmi yeniliyi.

Qeyri-müəyyən və qismən etibarlı elementlər - Z -qiymətli elementlərə malik olan qərar matrislərinin məxsusi həllərinə əsaslanan qərar üstünlüklərinin təhlili və tutarlılıq-sürüşünə əsaslanan üstünlüyün tədqiqinə aid elmi nəticələr yenidir və qərar qəbuletmə nəzəriyyəsini elmi baxımdan zənginləşdirir.

Təklif edilən Z -münasibət və Z -münasibət tənlikləri anlayışları, Z -münasibətlər üzrə əməliyyatların işlənməsi və Z -münasibətlərə əsaslanan qərar qəbuletmə metodu qeyri-müəyyənliklə hesablama ehtiyac duyulan qərarların analizini elmi baxımdan zənginləşdirməyə imkan yaradır.

Eyni zamanda təklif edilən iki üsul - məsafəyə əsaslanan və oxşarlığa əsaslanan çoxatributlu qərar qəbuletmə metodları yeni olmaqla Z -qərar qəbuletmə mühitində istifadəçilər tərəfindən rahatlıqla tətbiq oluna bilər.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Təklif olunan nəzəri qərar təhlili üsulları universaldır və bimodal (qeyri-səlis + ehtimal) informasiya şəraitində alternativ seçim üçün faydalı vasitə ola bilər.

Yuxarıda göstərilən nəzəri nəticələr iqtisadiyyat, proqnozlaşdırma, mühəndislik, biznes, risk təhlili və s. sahələrdə istifadə oluna bilər.

Aprobasiya və tətbiqi. Dissertasiyanın nəzəri və praktiki nəticələri aşağıdakı beynəlxalq konfranslarda müzakirə edilmişdir:

- **ICSCCW-2009** Fifth International Conference on Soft Computing and Computing with Words and Perception, Famagusta, North Cyprus;
- **ICAFS-2010** Ninth International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing, Prague, Czech Republic;
- **ICSCCW-2011** Sixth International Conference on Soft Computing and Computing with Words and Perception, Antalya, Turkey;
- **ICAFS-2012** Tenth International Conference on Application of

- Fuzzy Systems and Soft Computing, Lisbon, Portugal;
- **WCIS-2012** Seventh World Conference on Intelligence Systems for Industrial Automation, Tashkent, Uzbekistan.
 - **ICSCCW-2015** 8th International Conference on Soft Computing and Computing with Words and Perception, Antalya, Turkey;
 - **ICAFS-2016** 12th International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing, ICAFS 2016, 29-30 August 2016, Vienna, Austria;
 - **ICSCCW-2017** 9th International Conference on Theory and Application of Soft Computing, Computing with Words and Perception – ICSCCW-2017, 22-23 August 2017, Budapest, Hungary;
 - **ICAFS-2018** 13th International Conference on Theory and Application of Fuzzy Systems and Soft Computing - ICAFS-2018, 26-27 August 2018, Warsaw, Poland;
 - **ICAFS-2020** 14th International Conference on Theory and Application of Fuzzy Systems and Soft Computing – ICAFS-2020, 27-28 August 2020, Budva, Montenegro;
 - **WCIS-2020** 11th World Conference on Intelligent systems for industrial automation – WCIS-2020, 26-28 November, Tashkent, Uzbekistan.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti, “Sənayedə və iqtisadiyyatda intellektual idarəetmə və qərar qəbuletmə sistemləri” elmi tədqiqat laboratoriyası.

Dissertasiya işinin tərkibi. Dissertasiya işi girişdən, 6 fəsildən, nəticədən və istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Nəşrlər. Bütövlükdə 16, dissertasiya üzrə isə 6-ı SCIE indeksli, 8-i Web of Science, 9-u SCOPUS, 3-ü Conference Proceeding bazalarına daxil olan elmi iş nəşr edilmişdir.

İŞİN ƏSAS MƏZMUNU

Girişdə mövzu sahəsinin aktuallığı, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri, müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar, tədqiqat metodları, tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti qeyd olunmuşdur.

Birinci fəsildə mövcud qərar qəbuletmə üsullarının kritik təhlili və qeyri-səlis məntiqin Z -genişlənməsi haqqında ümumi məlumatlar öz əksini tapmışdır.

Kəsilməz Z -ədəd^{1,2}

Kəsilməz Z -ədəd nizamlanmış $Z = (A, B)$ cütü olub, burada A - X dəyişəninin ala biləcəyi qiymətlər üzərində A qeyri-səlis məhdudiyyət rolunu oynayan kəsilməz qeyri-səlis ədəddir, $X \in A$ - dir və B isə $\mu_B : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ mənsubiyyət funksiyalı kəsilməz qeyri - səlis ədəd olub A -nın ehtimal ölçüsü üzrə qeyri - səlis məhdudiyyəti ifadə edir:

$$X \in A \quad (1)$$

$$P(A) = \int_R \mu_A(x) p(x) dx \in B. \quad (2)$$

Kəsilməz Z^+ konsepsiyası kəsilməz Z konsepsiyası ilə sıx əlaqədardır.

*Diskret Z -ədəd*³

Diskret Z -ədəd nizamlanmış $Z = (A, B)$ cütüdür və burada A təsadüfi X dəyişəninin qiymətinə ($X \in A$) məhdudiyyəti ifadə edən qeyri-səlis ədəddir, B isə $\mu_B : \{b_1, \dots, b_n\} \rightarrow [0, 1]$, $\{b_1, \dots, b_n\} \subset [0, 1]$, mənsubiyyət funksiyalı diskret qeyri-səlis ədəd olub A -nın ehtimal ölçüsü üzrə qeyri-səlis məhdudiyyəti ifadə edir:

¹ Zadeh L.A. A note on Z -numbers. Information Sciences, 181(14), pp. 2923–2932 (2011).

² Aliev R.A. Uncertain computation-based decision theory, World Scientific, (2017).

³ Aliev R.A., Huseynov O.H., Aliyev R.R., Alizadeh A.V. The Arithmetic of Z -numbers. Theory and Applications, World Scientific (2015).

$$P(A) \text{ is } B \quad (3)$$

Z-ədədlər arasındakı məsafə⁴

Z-ədəd $Z = (A, B)$ qeyri-səlis ədədlər A , B və G ehtimal paylanması çoxluğu ilə xarakterizə olunduğundan iki Z-ədədlər Z_1 və Z_2 arasındakı məsafə $D(Z_1, Z_2)$ aşağıdakı qayda ilə müəyyən edilir.

A_1 və A_2 arasındakı məsafə aşağıdakı kimi hesablanır:

$$D(A_1, A_2) = \sup_{\alpha \in (0,1]} D(A_1^\alpha, A_2^\alpha) \quad (4)$$

burada

$$D(A_1, A_2) = \left| \frac{A_{11}^\alpha + A_{12}^\alpha}{2} - \frac{A_{21}^\alpha + A_{22}^\alpha}{2} \right| \quad (5)$$

B_1 və B_2 arasındakı məsafə analogi olaraq hesablanır.

Eyni zamanda Z_1 və Z_2 -nin əsasında duran p_1 və p_2 ehtimal paylanmalarının olduğu G_1 və G_2 çoxluqları arasındakı məsafəni tapmalıyıq. p_1 və p_2 arasındakı məsafə aşağıdakı kimi ifadə edilə bilər:

$$D(G_1, G_2) = \inf_{p_1 \in G_1, p_2 \in G_2} \left\{ \left(1 - \int_R (p_1 p_2)^{\frac{1}{2}} dx \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (6)$$

$D(A_1, A_2)$, $D(B_1, B_2)$ və $D(G_1, G_2)$ verildiyi halda, Z_1 və Z_2 ədədləri arasındakı məsafə aşağıdakı kimi olar:

$$D(Z_1, Z_2) = \beta D(A_1, A_2) + (1 - \beta) D_{total}(B_1, B_2), \quad (7)$$

burada $D_B^{total}(B_1, B_2)$ – etibarlılıq məhdudyyətləri arasındakı məsafə aşağıdakı kimi hesablanır:

⁴ Aliev R.A., Pedrycz W., Huseynov O.H., Aliyev R.R. Eigensolutions of partially reliable decision preferences described by matrices of Z-numbers. International of Journal Information Technology Decision Making 19(6), pp. 1429-1450 (2020).

$$D_B^{total}(B_1, B_2) = wD(B_1, B_2) + (1-w)D(G_1, G_2) \quad (8)$$

$\beta, w \in [0,1]$ qərar verənin təyin etdiyi vaciblik dərəcələridir.

Z-ədədlərin oxşarlığı⁵

Z-ədədlərin $Z_1 = (A_1, B_1)$ və $Z_2 = (A_2, B_2)$ oxşarlığı $S(Z_1, Z_2)$ aşağıdakı kimi ifadə edilir:

$$S(Z_1, Z_2) = \frac{1}{1 + D(Z_1, Z_2)} \quad (9)$$

burada D Z-ədədlər arasındakı məsafədir.

Z-ədədlərin ranqlaşdırılması

Z, Z' ədədlərində sıralama aşağıdakı kimidir:

$$Z \leq Z' \text{ iff } D(Z, (1,1)) \geq D(Z', (1,1)) \quad (10)$$

burada D yuxarıda müəyyən edilən məsafədir.

Hər kəs asanlıqla sübut edə bilər ki, \leq qismən sıralama olub aşağıdakı xüsusiyyətlərə malikdir:

$$Z \leq Z \text{ (reflexivity)}$$

$$\text{If } Z \leq Z' \text{ and } Z' \leq Z \text{ then } Z = Z' \text{ (antisymmetry)} \quad (11)$$

$$\text{If } Z \leq Z' \text{ and } Z' \leq Z'' \text{ then } Z \leq Z'' \text{ (transitivity).}$$

İkinci fəsildə Z^+ və Z-ədədlər üzərində əməllərə baxılır. Əsasən, Z^+ -ədəd qeyri-səlis A ədədinin və təsadüfi R - ədədinin kombinasiyası olmaqla $Z^+ \equiv (A, R)$ nizamlanmış cütü şəklində ifadə olunur. Bu ifadəddə, A, Z -ədədindəki A ilə eyni mənə kəsb edir, R isə təsadüfi ədədin ehtimal paylanmasıdır.

⁵ Aliyev R.R. Similarity based multi-attribute decision making under Z-information. Soft Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, b-Quadrat Verlag, p.33-39 (2015).

$R(X, A, B)$ Z-qiymətləndirilməsində X -dəyişənin ehtimal paylanması kimi qəbul edilə bilər. Z^+ -ədədi (A, p) və ya (μ_A, p_X) ifadələri ilə təyin oluna bilər, burada, μ_A , A -nın mənsubiyyət funksiyasıdır. Belə olan halda, Z^+ -qiyməti (X, A, p_X) (və ya (X, μ_A, p_X)) şəklində göstərilir, p dəyişəni X üzrə ehtimal sıxlığıdır. Z^+ -ədəd X üzrə mümkünlük və ehtimal paylanma kombinasiyasını, bimodal paylanmanı özündə ehtiva edir.

p bəzən parametrik paylanma, məsələn, normal paylanma kimi qəbul ediləndə, Z -ədədlər üzərində əməliyyatlar kifayət qədər sadələşir¹. Normal paylanmanın sıxlıq funksiyası aşağıdakı şəkildə ifadə olunur:

$$p_x(x) = \text{normpdf}(x, m, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

Bu halda, hər hansı m və σ üçün

$$\begin{aligned} \text{Prob}_{m,\sigma}(X \text{ is } A) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_A(x) p_{m,\sigma}(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_A(x) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) dx = \end{aligned} \quad (13)$$

$$= \text{quad}(\text{trapmf}(x, [a_1, a_2, a_3, a_4]) * \text{normpdf}(x, m, \sigma), -\text{inf}, +\text{inf})$$

alırıq. \mathbf{P} -ehtimal paylanmaların fəzası m, σ -parametrləri ilə birmənalı təyin olunan bütün normal paylanmalar sinfi olacaq.

Fərz edək ki, $U = (A_U, B_U)$ və $Y = (A_Y, B_Y)$ 2 fərqli Z -ədədlərdir. $W = U + Y$ ifadəsinə nəzər salsaq, ilk olaraq biz Zadənin genişlənmə prinsipindən istifadə etməklə $A_U + A_Y$ hesablamalıyıq:

$$\mu_{(A_U + A_Y)}(w) = \sup_u (\mu_{A_U}(u) \wedge \mu_{A_Y}(w-u)), \quad \wedge = \min. \quad (14)$$

¹ Zadeh L.A. A note on Z-numbers. Information Sciences, 181(14), pp. 2923–2932 (2011).

Təsadüfi dəyişənlərin cəmi müvafiq sıxlıq funksiyalarının konvolusiyası kimi hesablanılır və təsadüfi W dəyişəni ilə əlaqəli \mathbf{P} -nin altçoxlğu olan \tilde{P}_W -ni qura bilərik. p_1 və p_2 sıxlıq funksiyalarının konvolusiyası aşağıdakı şəkildə təyin olunur⁶:

$$p = p_1 \oplus p_2 \quad (15)$$

belə ki,

$$p(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(u)p_2(w-u)du = \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(w-u)p_2(u)du \quad (16)$$

İlk olaraq, \tilde{P}_W -qeyri-səlis alt çoxlğu tapılır. Hər bir $p_W \in \mathbf{P}$ üçün

$$\mu_{R_W}(p_W) = \max_{P_U, P_V} [\mu_{R_U}(p_U) \wedge \mu_{R_V}(p_V)]$$

$$p_W = p_U \oplus p_V,$$

$$p_W(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_U(u)p_V(w-u)du = \int_{-\infty}^{+\infty} p_U(w-u)p_V(u)du. \quad (17)$$

Verilmiş $\mu_{R_U}(p_U) = \mu_{R_U}(m_U, \sigma_U)$ və $\mu_{R_V}(p_V) = \mu_{R_V}(m_V, \sigma_V)$ üçün

$$\mu_{R_U}(m_U, \sigma_U) = \mu_{B_U} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{A_U}(u) \frac{1}{\sigma_U \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{(u-m_U)^2}{2\sigma_U^2}\right) du, \right) \quad (18)$$

$$\mu_{R_V}(m_V, \sigma_V) = \mu_{B_V} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{A_V}(u) \frac{1}{\sigma_V \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{(u-m_V)^2}{2\sigma_V^2}\right) du \right) \quad (19)$$

\tilde{P}_W aşağıdakı kimi olacaq:

$$p_W = p_{m_U, \sigma_U} \oplus p_{m_V, \sigma_V}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} p_W(w) &= p_{m_W, \sigma_W} = \text{normpdf}[w, m_W, \sigma_W] = \\ &= \text{quad}(\text{normpdf}(u, m_U, \sigma_U) * \text{normpdf}(w-u, m_V, \sigma_V), -\text{inf}, +\text{inf}) = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_U \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{(u-m_U)^2}{2\sigma_U^2}\right) \frac{1}{\sigma_V \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{(w-u-m_V)^2}{2\sigma_V^2}\right) du \end{aligned} \quad (21)$$

burada,

⁶ Papoulis A. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, McGraw-Hill, New York (1965).

$$m_W = m_U + m_V \quad \forall \sigma_W = \sqrt{\sigma_U^2 + \sigma_V^2},$$

$$\mu_{P_W}(p_W) = \sup(\mu_{P_U}(p_U) \wedge \mu_{P_V}(p_V)) \quad (22)$$

$$P_W = P_{m_U, \sigma_U} \oplus P_{m_V, \sigma_V} \quad (23)$$

B_W bu şəkildə hesablanır:

$$\mu_{B_W}(b_W) = \sup(\mu_{P_W}(p_W)) \quad (24)$$

$$b_W = \int_{-\infty}^{+\infty} p_W(w) \mu_{A_W}(w) dw \quad (25)$$

Çıxma, vurma, bölmə əməliyyatları üzərindəki prosedurlar $W = U + Y$ -ya analogi olaraq yerinə yetirilir.

Z-ədədlər üzərində hesablama əməliyyatlarına aşağıda baxılır.

Fərz edək ki, X_1 və X_2 təsadüfi dəyişənlərin Z-ədədlərlə təsvir edilən qiymətləri $Z_1 = (A_1, B_1)$ və $Z_2 = (A_2, B_2)$ kimidir.

$Z_{12} = Z_1 * Z_2$, $*$ $\in \{+, -, \cdot, / \}$ ³. hesablanmalıdır.

Birinci addımda qeyri-səlis ədədlər hesabından istifadə etməklə $A_{12} = A_1 + A_2$ hesablanır.

İkinci addımda diskretləşdirilmiş μ_{p_j} - ni hesablamaq lazımdır.

Kəsilməz μ_{p_j} -in qurulması mürəkkəb variasiya məsələsinin həllini tələb edir. μ_{p_j} - nin diskretləşdirilməsi hesablama mürəkkəbliyinə gətirib çıxarsa da bu, dəqiqlik və hesablama səmərəliliyi arasında lazımi kompromisə nail olmağa imkan verir. Nəzərə alaq ki, 'doğru' p_1 və p_2 ehtimal paylanlamları funksiyaları məlum deyil və mövcud məhdudyyətləri ödəyən p_1 və p_2 ehtimal sıxlığı funksiyalarını nəzərdən keçirməliyik:

$$\sum_{i=1}^{n_j} \mu_{A_j}(x_{ji}) p_j(x_{ji}) \quad B_j - dir ,$$

³ Aliev R.A., Huseynov O.H., Aliyev R.R., Alizadeh A.V. The Arithmetic of Z-numbers. Theory and Applications, World Scientific, Singapore (2015).

$$\mu_{p_j}(p_j) = \mu_{B_j} \left(\sum_{i=1}^{n_j} \mu_{A_j}(x_{ji}) p_j(x_{ji}) \right), j = 1, 2 \quad (26)$$

Üçüncü addımda μ_{B_2} -in qiymətini hesablamalıyıq. İlk olaraq p_{12} bilərək $A_{12} = A_1 * A_2$ -nin ehtimal ölçüsünü hesablamalıyıq. X_{12} A_{12} -dir qeyri-səlis müddəanın $P(A_{12})$ ehtimal ölçüsü aşağıdakı kimi hesablanır:

$$P(A_{12}) = \sum_{i=1}^n \mu_{A_{12}}(x_{12,i}) p_{12,s}(x_{12,i}) \quad (27)$$

Beləliklə, p_{12} məlum olduqda $P(A_{12})$ səlis ədəddir: $P(A_{12}) = b_{12}$. Bununla belə, bizə ancaq $\mu_{p_{12}}$ mənsubiyyət funksiyası ilə təsvir olunan p_{12} -ə qoyulan qeyri-səlis məhdudiyət məlumdur. Buna görə də $P(A_{12})$ B_{12} qeyri-səlis çoxluğu olacaq.

Üçüncü fəsilə Z-ədədli üstünlük matrislərinin məxsusi həllərinə baxılır. Məxsusi qiymətlər və məxsusi vektorlar müxtəlif tətbiqetmələrdə istifadə olunur. Xüsusilə bu anlayışlar qərar qəbul edən şəxsin (QQŞ) seçimlərinin tutarlılığını təşkil edir. Real-həyat problemlərində QQŞ-in bilikləri, əsasən, qeyri-müəyyənlik və qismən etibarlılıqla səciyyələnir. Bu, özündə qeyri-səlis və ehtimal məlumatları ehtiva edir. Z-ədədlər konsepsiyası bu cür məlumatların təsviri üçün formal konstruksiyadır. Bu fəsilə, komponentləri Z-ədədlər olan matrislər üçün Z-ədədlərlə qiymətləndirilən məxsusi həllər və məxsusi vektor konseptləri formalaşdırılır. Problemin formal qoyuluşu və Z-ədədlərlə qiymətləndirilən qərar matrislərin məxsusi həllərinin hesablama metodu təklif olunur.

Hal-hazırda Z-qiymətli matrislər üzərində elmi işlər demək olar ki, yoxdur. Burada, elementləri Z-ədədlər olan matrislərin tədqiqi məsələsinə baxacağıq. Burada qeyri-səlis və ehtimal qeyri-müəyyənlikləri ayrılıqda deyil, onların sinercisini tədqiq edəcəyik. Biz Z-matrislər, Z-qiymətli məxsusi qiymətlər və Z-qiymətli məxsusi vektorlar anlayışlarını formullaşdırırıq. Z-qiymətli məxsusi qiymətlər

və Z -qiymətli məxsusi vektorların hesablanma məsələləri formalaşdırılır və bu məsələlərin həlləri təklif edilir. Z -qiymətli məxsusi həllərin qurulması qeyri-səlis analoqla müqayisədə, praktik problemlərdə Z matrislərə daxil olan məlumat və biliklərin qismən etibarlılığını nəzərə almağa imkan verir. Xüsusilə, qərar meyarları üzərində verilən qeyri-səlis və qismən etibarlı üstünlüklərin əsasında meyarların əhəmiyyət ağırlıqlarının (çəkilərinin) qeyri-müəyyənlik və etibarlılıq dərəcəsini qiymətləndirə bilirik. Bildiyimizə görə, indiyə kimi bu problemin həllinə elmi ədəbiyyatda baxılmamışdır.

Z -ədədli kvadrat matrisin Z -qiymətli məxsusi qiyməti. (Z_{ij}) -in Z -qiymətli məxsusi qiyməti $Z_\lambda = (A_\lambda, B_\lambda)$ ilə bir Z -ədəddir ki, özündə aşağıdakıları ehtiva edir:

$$\det(Z_{ij} - Z_\lambda I) = \det \begin{pmatrix} Z_{11} - Z_\lambda & \dots & Z_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ Z_{n1} & \dots & Z_{nn} - Z_\lambda \end{pmatrix} = Z(0) \quad (28)$$

burada I ənənəvi (səlis) eynilik matrisi, $Z(0) = (\tilde{0}, \tilde{1})$, $\tilde{0}, \tilde{1}$ isə, müvafiq olaraq, qeyri səlis sıfır və qeyri səlis birə bərabərdir.

Beləliklə, Z -ədədli məxsusi qiymət $Z_\lambda = (A_\lambda, B_\lambda)$ n -ci dərəcəli karakteristik tənliyin köküdür:

$$Z_0 Z_\lambda^n + Z_1 Z_\lambda^{n-1} + Z_2 Z_\lambda^{n-2} \dots + Z_{n-1} Z_\lambda + Z_n = Z(0), \quad (29)$$

burada Z_r , $r = 0, \dots, n$ Z -qiymətli matrisin (Z_{ij}) elementləri tərəfindən induksiya edilmiş əmsallardır. Belə ki, n Z -qiymətli məxsusi qiymətlər $Z_{\lambda_s} = (A_{\lambda_s}, B_{\lambda_s})$, $s = 1, \dots, n$ (Z_{ij}) Z -qiymətli kvadrat matris üçün müəyyən edilir.

Z -ədədli matrisin Z -məxsusi vektoru. Z -ədədlərin vektoru $(Z_{Y_j}) = (Z_{Y_1} = (A_{Y_1}, B_{Y_1}), \dots, Z_{Y_n} = (A_{Y_n}, B_{Y_n}))^T$ Z -qiymətli kvadrat matrisin Z -ədədlərinin məxsusi vektoru kimi o zaman təyin edilə bilər ki, aşağıdakı Z -qiymətli xətti tənliklər sistemi ödənilsin:

$$(Z_{ij})(Z_{Y_j}) = Z_\lambda(Z_{Y_j}) \quad (30)$$

burada $Z_{\lambda} = (A_{\lambda}, B_{\lambda})$ Z -ədədli məxsusi qiymətdir.

Beləliklə, hər bir Z -ədədli məxsusi qiymət üçün $Z_{\lambda s} = (A_{\lambda s}, B_{\lambda s})$ n Z -ədədli məxsusi vektor (Z_{ysj}) , $s = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, n$ müəyyən edilir.

Z -ədədli məxsusi qiymətlərin və Z -ədədli məxsusi vektorların hesablanması məsələsini nəzərdən keçirək.

Z -ədədli məxsusi qiymətlərin ümumi hesablanma məsələsi aşağıdakı kimidir.

$Z_{\lambda s} = (A_{\lambda s}, B_{\lambda s})$, $s = 1, \dots, n$ belə müəyyən edilir:

$$\det \begin{pmatrix} Z_{11} - Z_{\lambda} & \dots & Z_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ Z_{n1} & \dots & Z_{nn} - Z_{\lambda} \end{pmatrix} = Z(0) \quad (31)$$

$Z_{ij} = (A_{ij}, B_{ij})$ ifadəsindəki A_{ij} qeyri - səliss ədəd və B_{ij} isə A_{ij} -nin ehtimal ölçüsü üzərində qeyri-səliss məhdudiyyətdir: $P(A_{ij}) = \int_R \mu_{A_{ij}}(x) p_{ij}(x) dx$ B_{ij} - dir. Bu məhdudiyyət B_{ij} tərəfindən induksiya edilən p_{ij} mümkün EPF-lərin qeyri-səliss çoxluğun mövcudluğunu göstərir. Belə ki, verilən $Z_{ij} = (A_{ij}, B_{ij})$, $i, j = 1, \dots, n$ əsasında $A_{\lambda s}$ -ni hesablamalı və $B_{\lambda s}$ qeyri-səliss məhdudiyyətini qurmalyıq:

$$P(A_{\lambda s}) = \int_R \mu_{A_{\lambda s}}(x) p_{\lambda s}(x) dx \text{ is } B_{\lambda s}. \quad (32)$$

$Z_{\lambda s}^+ = (A_{\lambda s}, p_{\lambda s})$ -nin hesablanması məsələsi aşağıdakı kimidir. Elə

$Z_{\lambda s}^+ = (A_{\lambda s}, p_{\lambda s})$ tapılır ki,

$$\det \begin{pmatrix} Z_{11}^+ - Z_{\lambda s}^+ & \dots & Z_{1n}^+ \\ \cdot & \dots & \cdot \\ Z_{n1}^+ & \dots & Z_{nn}^+ - Z_{\lambda s}^+ \end{pmatrix} = Z^+(0) \quad (33)$$

ödənilsin, burada $Z^+(0) = (\vec{0}, p)$. Problemin həlli aşağıda təsvir

edilən A_{λ_s} və p_{λ_s} hesablanması məsələsinə dayanır.

A_{ij} qeyri-səlis ədədlər verilibsə, A_{λ_s} elə tapılmalı ki,

$$\det \begin{pmatrix} A_{11} - A_{\lambda_s} & \dots & A_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ A_{n1} & \dots & A_{nn} - A_{\lambda_s} \end{pmatrix} = \tilde{0}. \quad (34)$$

ödənilsin. Təsadüfi dəyişənlər X_{ij} -in verilən EPF-ləri p_{ij} və məhdudluq şərtləri daxilində

$$\det \begin{pmatrix} X_{11} - X_{\lambda_s} & \dots & X_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ X_{n1} & \dots & X_{nn} - X_{\lambda_s} \end{pmatrix} = 0, \quad (35)$$

X_{λ_s} arzu olunan təsadüfi dəyişəninin p_{λ_s} EPF-ni tapmalı. Simvolik olaraq, bu məsələni aşağıdakı kimi təsvir edə bilərik. Elə p_{λ_s} tapılmalıdır ki,

$$\det \begin{pmatrix} p_{11} - p_{\lambda_s} & \dots & p_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ p_{n1} & \dots & p_{nn} - p_{\lambda_s} \end{pmatrix} = 0. \quad (36)$$

ödənilsin.

Növbəti mərhələdə, Z -ədədli (Z_{Ysj}) məxsusi vektor Z -qiymətli (30) xətti sistemin həlli kimi müəyyən edilir. (Z_{Ysj}) $(Z_{Ysj}^+ = (A_{Ysj}, p_{Ysj}))$ -nin hesablanması vasitəsilə müəyyən oluna bilər. Bu halda (A_{Ysj}) və (p_{Ysj}) vektorları aşağıda təsvir olunan (30) sistemi ilə əlaqəli iki məsələnin həllinə gətirilir.

A_{λ_s} verilən halda, aşağıdakı xətti sistemi təmin edən (A_{Ysj}) müəyyən olunur:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ A_{n1} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{Ys1} \\ \dots \\ A_{Ysn} \end{pmatrix} = A_{\lambda_s} \begin{pmatrix} A_{Ys1} \\ \dots \\ A_{Ysn} \end{pmatrix} \quad (37)$$

X_{λ_s} təsadüfi dəyişəni verilmişsə, təsadüfi (Y_{sj}) vektorunu aşağıdakı xətti sistem vasitəsilə hesablamaq olar:

$$\begin{pmatrix} X_{11} & \dots & X_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ X_{n1} & \dots & X_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{s1} \\ \dots \\ Y_{sn} \end{pmatrix} = X_{\lambda_s} \begin{pmatrix} Y_{s1} \\ \dots \\ Y_{sn} \end{pmatrix} \quad (38)$$

Simvolik olaraq, sonuncu məsələ aşağıda verilən kimi formalaşdırıla bilər. Aşağıdakı sistemi təmin edən elə (p_{Ysj}), $s = 1, \dots, n$ EPF – lər vektoru tapmalı ki, (39) ödənilsin.

$$\begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ p_{n1} & \dots & p_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{Ys1} \\ \dots \\ p_{Ysn} \end{pmatrix} = p_{\lambda_s} \begin{pmatrix} p_{Ys1} \\ \dots \\ p_{Ysn} \end{pmatrix} \quad (39)$$

Məsələnin həlli

İlkin mərhələdə ($Z_{ij} = (A_{ij}, B_{ij})$) Z-matrisilə əlaqəli ($Z_{ij}^+ = (A_{ij}, p_{ij})$) Z^+ matrisini nəzərə almalıyıq. Sadəlik xatirinə, p_{ij} EPF-i normal $p_{ij} = (m_{ij}, \sigma_{ij})$ olaraq götürülür. Formal olaraq $b_{ij} \in B_{ij}$ verilmişdirsə, aşağıdakı optimallaşdırma məsələsini həll edərək σ_{ij} müəyyən edilir:

$$\sum_{k=1}^N \mu_{A_{ij}}(x_{ijk}) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{ij}}} e^{-\frac{(m_{ij}-x_{ijk})^2}{\sigma_{ij}}} \Delta x \rightarrow b_{ij} \quad (40)$$

$$m_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{\mu_{A_{ij}}(x_{ijk}) x_{ijk}}{\mu_{A_{ij}}(x_{ijk})} \quad (41)$$

(41) uyğunluq məhdudiyyətidir¹.

Məlum (A_{ij}) qeyri-səlis matrisi və əlaqəli təsadüfi (p_{ij}) matrisi əsasında $Z_{\lambda s}^+ = (A_{\lambda s}, p_{\lambda s})$ hesablanır. Burada $A_{\lambda s}$ (A_{ij}) -in qeyri-səlis məxsusi qiyməti, $p_{\lambda s}$ isə (p_{ij}) -in ehtimal məxsusi qiymətidir. $A_{\lambda s}$ dekompozisiya yanaşmasından istifadə etməklə hesablanır.

Tapılan n məxsusi qiymətlər $Z_{\lambda s}^+ = (A_{\lambda s}, p_{\lambda s})$ əsasında müvafiq məxsusi vektorları $(Z_{Ysj}^+ = (A_{Ysj}, p_{Ysj}))$, $s = 1, \dots, n$ hesablaya bilərik.

Üçbucaq qeyri-səlis ədəd (ÜQSƏ) $(A_{Ysj} = (a_{Ysjl}, a_{Ysjm}, a_{Ysjn}))$ əsaslı komponentli qeyri-səlis məxsusi vektor dekompozisiya yanaşması əsasında hesablanır⁷.

Tutarlılıq-sürüşünə əsaslanan üstünlük

Tutarlılıq anlayışı qərar alternativlərinin adekvat müəyyənəşdirilməsi zamanı üstünlük biliklərinin keyfiyyətini və etibarlılığını qiymətləndirmək üçün istifadə olunur.

Qərar qəbuletmə alternativlər və seçim meyarları üzərində üstünlüklərə əsaslanır. Qərar qəbuledən şəxsin (QQŞ) üstünlüyü (seçimi) formal olaraq cütlü müqayisə matrisi (CMM) (a_{ij}) ilə təsvir oluna bilər, burada a_{ij} ***i-ci*** alternativin (meyarın) ***j-ci*** alternativə (meyara) nəzərən üstünlük dərəcəsini göstərir⁸.

¹ Zadeh L.A. A note on Z-numbers. Information Sciences, 181(14), pp. 2923–2932 (2011).

⁷ Prašćević N. and Prašćević Ž., Application of fuzzy AHP method based on eigenvalues for decision making in construction industry, Technical Gazette 23(1) (2016) 57–64.

⁸ Brunelli M. A survey of inconsistency indices for pairwise comparisons, International Journal of General Systems, 47(8), pp. 751-771 (2018).

a_{ij} üçün istifadə olunan təbii şərtlər $a_{ii} = 1$ və $a_{ji} = 1/a_{ij}$ (qarşılıqlı əlaqə), $\forall i, j = 1, \dots, n$ -dir. Ənənəvi olaraq (a_{ij}) -nın tutarlılığı multiplikativ transitivlik şərtinə əsaslanır (baxmayaraq ki, fərqli konstruksiyalardan da istifadə olunur):

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik}, \forall i, j, k. \quad (42)$$

Bu, a_{ik} -üstünlük dərəcəsinin j üzərindən i -dən k -ya qədər bütün mümkün üstünlük dərəcələrinin hasilinə bərabər olduğunu nəzərdə tutur. Bu şərtin yerinə yetirilməsi insan beyninin hesablama qabiliyyətinin məhdudluğuna görə çox vaxt problemlidir. Tutarsızlıq əsasən multiplikativ tranzitivlik şərtinin ödənməməsi ilə əlaqədardır.

Qeyri-müəyyən və qismən tutarlı olan real qərar da qismən etibarlıdır. Səbəblər qərar qəbuledən şəxslərin məhdud bilikləri, alternativlərin mürəkkəbliyi, qərarla əlaqəli qeyri-mükəmməl məlumatlar, psixoloji sapmalar və s.-dir. İndiyə qədər qismən etibarlı üstünlüklərin tutarlılığı ilə bağlı heç bir tədqiqat aparılmamışdır.

Bu bölümdə Z-ədəd qiymətli CMM ilə təsvir olunan tutarlılıq sürüşünə əsaslanan qismən etibarlı üstünlüklərin qurulması üçün yeni yanaşma təklif edilir⁹.

Z-qiymətli CMM. Z-qiymətli CMM Z-ədədli kvadrat matrisdir:

$$(Z_{ij} = (A_{ij}, B_{ij})) = \begin{pmatrix} Z_{11} = (A_{11}, B_{11}) & \dots & Z_{1n} = (A_{1n}, B_{1n}) \\ \cdot & \dots & \cdot \\ Z_{n1} = (A_{n1}, B_{n1}) & \dots & Z_{nn} = (A_{nn}, B_{nn}) \end{pmatrix}. \quad (43)$$

$Z_{ij} = (A_{ij}, B_{ij})$, $i, j = 1, \dots, n$ Z-ədədi j -ci alternativə qarşı i -ci alternativin (meyarın) üstünlük dərəcəsi haqqında qismən etibarlı məlumatları təsvir edir.

⁹ Aliev R.A., Guirimov B.G., Huseynov O.H., Aliyev R.R. A consistency-driven approach to construction of Z-number-valued pairwise comparison matrices. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 18(4), pp. 37-49.

Z-ədəd ilə qiymətləndirilən CMM üçün tutarsızlıq indeksi. Z-ədədli CMM (Z_{ij}) üçün tutarsızlıq indeksi - K aşağıdakı kimi müəyyən edilir⁹:

$$K((Z_{ij})) = \max_{i < j < k} \min \left\{ D \left((1,1), \left(\frac{Z_{ik}}{Z_{ij}Z_{jk}} \right) \right) D \left((1,1), \left(\frac{Z_{ij}Z_{jk}}{Z_{ik}} \right) \right) \right\}, \quad (44)$$

Verilən tutarsız CMM (Z_{ij}) -ə ən yaxın olan tutarlı CMM (Z'_{ij}) yaradılması probleminə baxaq. Tutarsız olan Z-matrisin elementləri qarşılıqlı və tutarlılığı ehtiva edən (Z'_{ij}) matris elementlərinin dəyişməsi kimi qəbul edilir. (Z'_{ij}) -ə çatmaq üçün (Z_{ij}) elementlərini dəyişdirməliyik. Problem aşağıdakı kimi formalaşdırılır:

$$J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D(Z_{ij}, Z'_{ij}) \rightarrow \min \quad (45)$$

vurma qarşılıqlılığı:

$$Z'_{ij}Z'_{ji} = Z(1), \quad (46)$$

vurma transitivlik:

$$Z'_{ij}Z'_{jk} = Z'_{ik}, \quad (47)$$

qeyri-mənfilik:

$$Z'_{ij} \geq Z(0), \quad i, j=1, \dots, n \quad (48)$$

(45)-(48) məsələsi qeyri-səlis və ehtimal qeyri-müəyyənliklərlə xarakterizə olunan qeyri-xətti bir optimallaşdırma problemidir. Bu xüsusiyyətləri nəzərə alaraq, Differensial Təkamül (DT) Optimallaşdırma üsuluna əsaslanan həll istifadə olunur¹⁰.

Dördüncü fəsilə Z-münasibət tənlikləri əsasında qərar qəbul etmə məsələsinə baxılır.

¹⁰ Storn R., Price K. Differential Evolution - A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. J Global Optim, 11, pp. 341-359 (1997).

Qeyri-səlis münasibətlər, qeyri-səlis “ƏGƏR.... ONDA...” qaydaları modelləşdirmədə, qərar vermədə, idarə etmədə geniş istifadə olunan qeyri-səlis modellərin əsasında durur. Bu baxımdan bu cür modellərin təhlili və inkişafı qeyri-səlis münasibət tənliklərinin işlənməsinə gətirib çıxardı.

Konseptual olaraq qeyri-səlis münasibət tənlikləri insan bilikləri əsasında maraqlı dəyişənlərinin asılılığı barədə dəqiq olmayan məlumatları göstərmək üçün istifadə olunur. Real həyatda informasiyanın mənbələri də qismən etibarlıdır.

Günümüzdə, Z-münasibətlər və Z-münasibət tənliklərinə dair elmi işlər mövcud deyildir. Bu fəsilə, qeyri-səlislik və qismən etibarlılığı ehtiva edən çoxluqlar arasındakı asılılığın modelləşdirilməsini göstərən Z-qiymətli münasibət konsepsiyası irəli sürülür. Z-münasibətlər üzərindəki əsas əməliyyatlar göstərilir. Bundan əlavə, bir tip Z-münasibətlər tənlikləri formaləşdirilir. Bunların əsasında Z-qiymətli məlumatlar şəraitində qərar qəbul etməyə yeni bir yanaşma təklif olunur.

Z-münasibət. X və Y arasında Z-qiymətli münasibət olan R aşağıdakı kimi təsvir olunur:

$$R = \{(x_i, y_j), R(x_i, y_j)\}, \quad (49)$$

burada $R(x_i, y_j)$ Z-ədəddir $R(x_i, y_j) = Z_{Rij}(A_{Rij}, B_{ij})$.

Belə ki, R burada (Z_{Rij}) matrisidir:

$$(Z_{Rij}) = \begin{pmatrix} Z_{R11} & \dots & Z_{R1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ Z_{Rn1} & \dots & Z_{Rnn} \end{pmatrix} \quad (50)$$

$Z_{Rij}(A_{Rij}, B_{Rij}), A_{Rij} \in [0,1]$ elementi x_i və y_j arasında münasibətin Z-qiymətli dərəcəsini təsvir edir.

Z-münasibət tənlikləri

Aşağıdakı formada Z münasibət tənliyini nəzərdən keçiririk:

$$(Z_{Rjk}) \circ (Z_{Qij}) = (Z_{Tik}), \quad (51)$$

burada $(Z_{Qij}), (Z_{Rjk}), (Z_{Tik})$ Z münasibətlərdir və \circ max-min kompozisiyanı göstərir.

Z-münasibət tənliyinin həlli Z münasibətlərdən biri və kompozisiyanın nəticəsi (Z_{Tij}) məlum olanda $(Z_{Qij}), (Z_{Rij})$ -dən birinin təyin edilməsini nəzərdə tutur.

(Z_{Qij}) və (Z_{Tik}) verilirə, (Z_{Rjk}) müəyyən edilməlidir

və ya

(Z_{Rjk}) və (Z_{Tik}) verilirə, (Z_{Qij}) müəyyən edilməlidir.

Z-qiyətli münasibətlə ifadə olunan Z-qiyətli informasiya əsasında qərar qəbuletməyə baxaq. Məsələnin Z-qiyətli informasiya matrisi Cədvəl 1-də göstərib:

Cədvəl 1.

Qərar qəbuletmə matrisi

	a_1	a_M
C_1	$(Z_{(a_1, C_1)ij}^{value})$	$(Z_{(a_M, C_1)ij}^{value})$
...
C_N	$(Z_{(a_1, C_N)ij}^{value})$	$(Z_{(a_M, C_N)ij}^{value})$

Cədvəl 1-də, a_1, \dots, a_M alternativləri, C_1, \dots, C_N qərar qəbuletmə meyarlarını, $(Z_{(a_1, C_1)ij}^{value}), \dots, (Z_{(a_M, C_N)ij}^{value})$ alternativlərin bir ölçülü meyar qiymətləndirmələrini göstərir. Həmçinin, bir ölçülü Z-münasibəti (Z_{Cij}^w) ilə təsvir olunan vaciblik dərəcəsi (vaciblik çəkisi) hər $C \in \{C_1, \dots, C_N\}$ meyarı ilə əlaqələndirilir. Qərar qəbuletmə ən yaxşı alternativin müəyyənləşdirilməsini diqtə edir.

Elə $a^* \in \{a_1, \dots, a_M\}$ müəyyən olunmalıdır ki, $a^* \succ a, \forall a \in \{a_1, \dots, a_M\}$ ödənilsin, burada \succ üstünlük (preference) göstəricisidir.

Birinci mərhələdə kriteriya qiymətləndirilməsi $(Z_{(a, c_j)ij}^{value})$ (C-kriterilərinə nəzərən) və kriteriya çəkiləri arasında iki ölçülü Z-

münasibətlər olan $(Z_{(a,C_{ij})}^{value})$, $a \in \{a_1, \dots, a_M\}$, $C \in \{C_1, \dots, C_N\}$ (52) Z-münasibət tənliyini həll etməklə tapılır:

$$(Z_{(a,C)ij}) \circ (Z_{(a,C)ij}^{value}) = (Z_{Cij}^w) \quad (52)$$

$(Z_{(a,C)ij})$ $(Z_{(a,C)ij})$ maksimal həll kimi müəyyən olunur:

$$(Z_{(a,C)ij}) = (Z_{(a,C)ij}^{value})^{-1} \alpha(Z_{Cij}^w). \quad (53)$$

İkinci mərhələdə, hər bir alternativin bütün meyarlar üzrə (Z_{aij}) qiymətləndirməsi aşağıdakı kəşimə şəklində müəyyən edilir.

$$(Z_{aij}) = (Z_{(a,C_1)ij}) \cap \dots \cap (Z_{(a,C_N)ij}), \quad a \in \{a_1, \dots, a_M\}. \quad (54)$$

Üçüncü mərhələdə (V_a) , $a \in \{a_1, \dots, a_M\}$ alternativlərinin ümumi qiymətləndirmələri hesablanır.

Fərz edək ki, hər bir meyarın dəyəri “həqiqətən kritik, şübhəsiz” kimi qiymətləndirilir. Biz (V_a) ümumi qiymətləndirmələri $\hat{\alpha}$ -kompozisiya kimi hesablayacağıq:

$$(V_a) = ((Z_{aij}) \hat{\alpha} ((Z_{Cij}^w)^*)^{-1})^{-1}, \quad a \in \{a_1, \dots, a_M\}, \quad (55)$$

Burada $(Z_{Cij}^w)^*$ meyarların ən yüksək Z-qiymətli vaciblik dərəcəsidir.

Nəhayət, dördüncü mərhələdə ən yaxşı alternativ olaraq ən yüksək ümumi qiymətləndirməyə sahib olan alternativ müəyyən olunur:

Elə $a^* \in \{a_1, \dots, a_M\}$ tapılır ki, $(V_{a^*}) \geq (V_a)$, $a \in \{a_1, \dots, a_M\}$ ödənilsin.

Bəşinci fəsildə Z-informasiya mühitində tətbiq oluna bilən iki çoxattributlu qərar qəbuletmə üsulu təklif olunur. Bu bölmədə atributlarının qiymətləri Z-ədədlər və atributlar üçün çəki informasiyası qismən etibarlı olan çoxattributlu qərar qəbuletmə məsələsinə baxılır. Təklif olunan üsul bütün alternativlər üzrə müsbət ideal və mənfi ideal həll və Z-vektorlar arasındakı məsafəyə əsaslanır. Yekun qərar alternativini müsbət ideal qərara (həllə) ən yaxın namizədlərin mənsubiyyət dərəcəsi əsasında seçilir.

Fərz edək ki, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ alternativlər çoxluğu və $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ isə atributlar çoxluğudur. Hər bir atribut, $C_j, j = \overline{1, m}$ isə qərar qəbuledən və ya ekspert tərəfindən təyin edilən W_j çəkisi ilə xarakterizə edilir. Z-informasiya ilə qiymətləndirilmiş mühitdə $A_i, i = \overline{1, n}$ alternativinin $C_j (j = \overline{1, m})$ atributu üzrə qiymətləndirilməsi

$$A_i = \{Z(A_{i1}, B_{i1}), Z(A_{i2}, B_{i2}), \dots, Z(A_{ij}, B_{ij}), Z(A_{im}, B_{im})\} \quad (56)$$

şəklində ifadə edilir, burada A_i alternativinin C_j atributu üzrə qiymətləndirilməsi $Z(A_{ij}, B_{ij})$ dir. Atributların və çəkilərin qiyməti adətən qərar qəbuledən şəxs (QQŞ) və ya ekspertlər tərəfindən verilir, qeyri-müəyyən və qismən etibarlılıqla xarakterizə olunur. Bu halda çəkilər $W_j, j = \overline{1, m}$

$$W_j = \{Z(A_j^w, B_j^w)\}, j = \overline{1, m} \quad (57)$$

kimi təsvir olunur, burada A_j^w j -ci atributun çəkisinin qiyməti, B_j^w isə bu qiymətin etibarlığını ifadə edir. Beləliklə biz $D_{n \times m}$ qərar matrisini Cədvəl 2-dəki kimi təsvir edə bilərik:

Cədvəl 2.

Qərar qəbuletmə Z-matrisi

	C_1	C_2	C_m
A_1	$[Z(A_{11}, B_{11})]$	$[Z(A_{12}, B_{12})]$	$[Z(A_{1m}, B_{1m})]$
$D_{n \times m} = A_1$	$[Z(A_{21}, B_{21})]$	$[Z(A_{22}, B_{22})]$	$[Z(A_{2m}, B_{2m})]$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_n	$[Z(A_{n1}, B_{n1})]$	$[Z(A_{n2}, B_{n2})]$	$[Z(A_{nm}, B_{nm})]$

Biz çoxatributlu qərar qəbuletmədə müsbət və mənfi ideal həll anlayışından istifadə edəcəyik¹¹. Biz atributlar üçün ideal Z-həllini

$$A_p^{id} = \left(Z(A_{p1}^{id}, B_{p1}^{id}), Z(A_{p2}^{id}, B_{p2}^{id}), \dots, Z(A_{pm}^{id}, B_{pm}^{id}) \right) \quad (58)$$

kimi təsvir edəcəyik.

Mənfi ideal həll aşağıdakı kimi təsvir edilir:

$$A_N^{id} = \left(Z(A_{N_1}^{id}, B_{N_1}^{id}), Z(A_{N_2}^{id}, B_{N_2}^{id}), \dots, Z(A_{N_m}^{id}, B_{N_m}^{id}) \right) \quad (59)$$

Baxılan qərar qəbuletmə məsələsinin həlli, daha doğrusu, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ alternativləri arasından ən yaxşı alternativin seçilməsi prosesi aşağıdakı addımlardan ibarətdir:

1. i -ci alternativ və (58) müsbət ideal həll arasında çəkili məsafə d_{ip} (7) əsasında təyin olunur.
2. i -ci alternativ və (59) mənfi ideal həll arasında çəkili məsafə d_{iN} (7) əsasında təyin olunur.
3. Müsbət ideal həllə mənsub olan hər bir alternativin $r_i, i = \overline{1, n}$, mənsubiyyət dərəcəsi hesablanır. Bunun üçün (60) düsturu istifadə olunur¹²:

$$r_i = \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ip}}{d_{iN}} \right)} \quad (60)$$

4. Yekun qərar alternativini $\max(r_i), i = \overline{1, n}$ kimi seçilir.

Bu bölmədə eyni zamanda oxşarlıq ölçüsünə əsaslanan Z-qərar qəbuletmə məsələsinə baxılır.

¹¹ Hwang C.L., Yoon K. Multiple attribute decision making methods and applications. Springer: Berlin Heidelberg (1981).

¹² Tong H., Zhang S. A fuzzy multi-attribute decision making algorithm for web services selection based on QoS. IEEE Asia-Pacific Conference on Services Computing, pp. 51-57 (2006).

Fərz edək ki, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ alternativlər çoxluğudur və $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ meyarlar çoxluğudur. Hər bir $C_j, j = \overline{1, m}$ meyarı ekspert və ya qərar qəbuledən şəxs tərəfindən təyin edilən W_j çəkisi ilə xarakterizə olunur.

Z-informasiya mühitində qərar qəbuletmə məsələsinə baxdıqımıza görə $A_i, i = \overline{1, n}$ alternativinin xarakteristikası $C_j (j = \overline{1, m})$ meyarı üzrə

$$A_i = \{Z(A_{i1}, B_{i1}), Z(A_{i2}, B_{i2}), \dots, Z(A_{im}, B_{im})\}$$

kimi ifadə edilir, burada $Z(A_{ij}, B_{ij})$ A_i alternativi C_j meyarı üzrə qiymətləndirilməsidir.

Meyarların çəkiləri və A_{ij} informasiyasının qiymətləndirilməsi adətən qərar qəbul edən şəxsdən və ya ekspertdən alınır, qeyri-müəyyən halda olur və qismən etibarlıqla xarakterizə edilir. Baxılan halda $W_j, j = \overline{1, m}$ çəkiləri

$$W_j = \{Z(A_j^w, B_j^w)\}, j = \overline{1, m}$$

kimi təsvir olunur, burada A_j^w j -ci meyarın çəkisinin qiyməti, B_j^w isə bu qiymətin etibarlılığıdır.

Beləliklə $D_{n \times m}$ qərar matrisini aşağıdakı kimi ifadə edə bilərik:

$$D_{n \times m} = \begin{array}{cccc} & C_1 & C_2 & \dots & C_m \\ A_1 & [Z(A_{11}, B_{11})] & [Z(A_{12}, B_{12})] & \dots & [Z(A_{1m}, B_{1m})] \\ A_2 & [Z(A_{21}, B_{21})] & [Z(A_{22}, B_{22})] & \dots & [Z(A_{2m}, B_{2m})] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_n & [Z(A_{n1}, B_{n1})] & [Z(A_{n2}, B_{n2})] & \dots & [Z(A_{nm}, B_{nm})] \end{array}$$

Bu halda biz çoxatributlu qərar qəbuletmədə ideal həll konsepsiyasından istifadə edəcəyik. Biz ideal Z-həllini aşağıdakı kimi ifadə edəcəyik:

$$A^{id} = \left(Z(A_1^{id}, B_1^{id}), Z(A_2^{id}, B_2^{id}), \dots, Z(A_m^{id}, B_m^{id}) \right).$$

Baxılan qərar qəbuletmə məsələsinin həlli üçün, yəni $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ alternativləri arasından ən yaxşı alternativ seçmək üçün A_i alternativləri və A^{id} (64) ideal alternativ arasında Jaccard oxşarlıq ölçüsünü tətbiq edirik. Z-ədəd qiymətli vektorlar arasında Jaccard oxşarlıq ölçüsü aşağıdakı kimi ifadə edilir:

$$J_{s_i} = \sum_{j=1}^m \left\{ Z(A_j^w, B_j^w) \right\} \times \left(\frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1}^K \mu_{A_i}(x_k) \cdot \mu_{A^{id}}(x_k)}{\sum_{k=1}^K (\mu_{A_i}(x_k))^2 + \sum_{k=1}^K (\mu_{A^{id}}(x_k))^2 - \sum_{k=1}^K \mu_{A_i}(x_k) \cdot \mu_{A^{id}}(x_k)} + \frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1}^K \mu_{B_i}(x_k) \cdot \mu_{B^{id}}(x_k)}{\sum_{k=1}^K (\mu_{B_i}(x_k))^2 + \sum_{k=1}^K (\mu_{B^{id}}(x_k))^2 - \sum_{k=1}^K \mu_{B_i}(x_k) \cdot \mu_{B^{id}}(x_k)} \right) \quad (61)$$

Biz ən yaxşı alternativ, (61) – dən istifadə etməklə A_i , $i = \overline{1, n}$ alternativləri və ideal A^{id} arasında oxşarlıq ölçüsünü J_{s_i} hesabladıqdan sonra rəqləşdirmə aparmaqla təyin edirik, $\max J_{s_i}$ axtarılan həlldir.

Altıncı fəsildə təklif olunan qərar qəbuletmə metodlarının biznes, layihə seçimi və digər real həyat problemlərinin həllinə tətbiqi məsələlərinə baxılır.

Tutarlılıq-sürüşünə əsaslanan üstünlük əsasında biznes qurmaq üçün ölkə seçimi

Məsələnin qoyuluşu

Xarici bazar seçimi probleminə qərar qəbul etmə probleminə baxaq (biznes üçün ölkə seçimi). Ölkələrin bir sıra iqtisadi və

institusional xüsusiyyətlərini təsvir edən dörd qərar meyarı C_1 İnstitusional Yaxınlıq, C_2 İqtisadi Yaxınlıq, C_3 Sosial və Mədəni Yaxınlıq və C_4 Struktur Rəqabət Yaxınlığı istifadə edəcəyik. C_1 meyarı idarəetmə fəaliyyətini və iqtisadi azadlığı təmsil edir. C_2 meyarı həm daxili inkişafı (məsələn, sosial-iqtisadi tərəqqi, ev təsərrüfatlarının həyat səviyyəsi), həm də qlobal rəqabətqabiliyyətlilik məsələlərini təsvir edir. C_3 meyarı mədəni xüsusiyyətlərə aiddir (kollektivizmin və fərdiyyətçiliyə əsaslanan davranışın bir ölkəyə xas olduğu dərəcə, müştərilərlə ünsiyyətə əlaqəli məsələlər və s.). C_4 tənzimləyici mühitin cəlbediciliyi, bazar, resurslar və insan kapitalı cəlbediciliyi kimi göstəriciləri ifadə edən kompleks bir meyardır. Xüsusilə, vergi ödəmələri, R&D , İKT faktorları ilə əlaqədardır¹³.

Baxılan meyarlar doqquz alternativ (ölkələri) qiymətləndirmək üçün istifadə olunur: a_1, \dots, a_9 . Baxılan problemdə qeyri-müəyyənliyin yüksək səviyyəsi , alternativlərin qiymətləndirilməsi meyarları üzrə qərara relevant informasiya və meyarlar üzrə üstünlüklərlər qeyri-səlislik və qismən etibarlıqla xarakterizə olunur. Bu baxımdan biz Saati şkalasının qismən etibarlı üstünlüyündən meyarların müqayisəli vacibliyini təsvir etmək üçün istifadə edirik (Cədvəl 3):

¹³ Hortacsu A, Tektas A. Modeling the Country Selection Decision in Retail Internationalization, International Journal of Economics and Management Engineering, 3(7), pp. 1068-1075 (2009).

Meyarların vacibliyi haqqında Z-qiymətli üstünlük biliyi

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
C ₁	(bərabər vacib, çox əmin)	(Orta güclü daha vacib, çox əmin)	(güclü daha vacib, əmin)	(orta az vacib, əmin)
C ₂	(orta güclü daha vacib, əmin)	(bərabər vacib, çox əmin)	(güclü daha vacib, təxminən əmin)	(orta az vacib, əmin)
C ₃	(güclü az vacib, əmin)	(güclü az vacib, təxminən əmin)	(bərabər vacib, çox əmin)	(güclü az vacib, daha çox əmin)
C ₄	(orta çox vacib, əmin)	(orta daha vacib, əmin)	(güclü daha vacib, təxminən əmin)	(bərabər vacib, çox əmin)

Bu informasiya 4×4 ölçülü üçbucaqşəkilli qeyri-səlis ÜQSƏ tərkib hissələri olan Z-ədədlə təsvir olunan CMM-dir:

$$\left(\begin{array}{ll} Z_{11} = ((0.99, 1.1), (0.99, 1.1)) & Z_{12} = ((0.245, 0.25, 0.255), (0.7, 0.8, 0.9)) \\ Z_{21} = ((3.92, 4, 4.08), (0.7, 0.8, 0.9)) & Z_{22} = ((0.99, 1.1), (0.99, 1.1)) \\ Z_{31} = ((0.196, 0.2, 0.204), (0.7, 0.8, 0.9)) & Z_{32} = ((0.196, 0.2, 0.204), (0.6, 0.7, 0.8)) \\ Z_{41} = ((2.94, 3, 3.06), (0.7, 0.8, 0.9)) & Z_{42} = ((2.94, 3, 3.06), (0.7, 0.8, 0.9)) \end{array} \right) \quad (62)$$

$$\left. \begin{array}{ll} Z_{13} = ((4.9, 5, 5.1), (0.7, 0.8, 0.9)) & Z_{14} = ((0.327, 0.333, 0.34), (0.7, 0.8, 0.9)) \\ Z_{23} = ((4.9, 5, 5.1), (0.6, 0.7, 0.8)) & Z_{24} = ((0.327, 0.333, 0.34), (0.7, 0.8, 0.9)) \\ Z_{33} = ((0.99, 1.1), (0.99, 1.1)) & Z_{34} = ((0.196, 0.2, 0.204), (0.5, 0.6, 0.7)) \\ Z_{43} = ((4.9, 5, 5.1), (0.5, 0.6, 0.7)) & Z_{44} = ((0.99, 1.1), (0.99, 1.1)) \end{array} \right)$$

Z_{ij} i -ci meyarın j -ci meyardan üstünlüyünü ifadə edən Z-ədəd qiymətli dərəcədir. Məsəl üçün, $Z_{21} = ((3.92, 4, 4.08), (0.7, 0.8, 0.9))$ C_2 -nin C_1 -dən üstünlüyünü ifadə edən Z-ədəd qiymətli dərəcədir.

Həll üsulu

Həll üsulu bir neçə mərhələdən ibarətdir. Birinci mərhələdə verilən (Z_{ij}) (62)-yə yaxın olan CMM (Z'_{ij}) matrisini müəllifin 3-cü bölmədə təklif etdiyi üsulla generasiya etmək lazımdır.

Optimal Z-ədəd-qiymətli (Z'_{ij}) matrisi aşağıdakı kimi müəyyən olunub:

$$\left(\begin{array}{ll} Z_{11} = ((1,1,1),(1,1,1)) & Z_{12} = (0.476,0.476,0.476),(0.92,1,1)) \\ Z_{21} = ((2.13,2.13,2.13),(0.76,1,1)) & Z_{22} = ((1,1,1),(1,1,1)) \\ Z_{31} = ((0.196,0.2,0.204),(0.7,0.8,0.9)) & Z_{32} = ((0.3,0.3,0.3),(1,1,1)) \\ Z_{41} = ((1.97,1.97,1.97),(0.47,0.5,0.5)) & Z_{42} = ((0.92,0.92,0.92),(0.47,0.5,0.5)) \\ \\ Z_{13} = ((1.6,1.6,1.6),(0.36,0.5,0.5)) & Z_{14} = ((0.52,0.52,0.52),(0.68,1,1)) \\ Z_{23} = ((3.4,3.4,3.4),(0.26,0.5,0.5)) & Z_{24} = ((1.1,1.1,1.1),(0.5,1,1)) \\ Z_{33} = ((1,1,1),(1,1,1)) & Z_{34} = ((0.32,0.32,0.33),(0.69,1,1)) \\ Z_{43} = ((3.12,3.13,3.13),(0.42,0.5,0.5)) & Z_{44} = ((1,1,1),(1,1,1)) \end{array} \right)$$

Biz tapılan (Z'_{ij}) üçün K -nın qiymətinin əvvəlcədən təyin olunan $\theta_K = 0.1$ həddini aşmadığını yoxlamalıyıq.

K -nın hesablanmış qiyməti $K((Z'_{ij})) = 0.08$ θ_K -nin qiymətini aşmır. Beləliklə tapılmış matrisə tutarlılıq dərəcəsi ödənilən matris kimi baxmaq olar.

2-ci mərhələdə tapılmış (Z'_{ij})-ni nəzərə alaraq 3-cü fəsildə verilmiş metodla məxsusi vektor və maksimal məxsusi qiymət əsasında meyarların vaciblik çəkisini hesablamalıyıq.

Beləliklə, meyarların çəkiləri aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} Z_{w_1} &= ((0.111228, 0.175994, 0.315706), (0, 1, 1)), \\ Z_{w_2} &= ((0.111228, 0.371348, 0.666315), (0, 1, 1)), \\ Z_{w_3} &= ((0.111228, 0.111228, 0.200529), (0, 1, 1)), \\ Z_{w_4} &= ((0.111228, 0.341429, 0.612375), (0, 1, 1)). \end{aligned}$$

İndi yüksək Z-qiymətli çəkiləşdirilmiş meyarlar üzrə ideal alternativini tapmaq lazımdır. Tapılan ideal alternativ $a^* = (Z_1^*, \dots, Z_4^*)$ Cədvəl 4-də verilib.

Cədvəl 4.

İdeal alternativ

	A			B			A			B		
a*	0.02	0.02	0.05	0.00	1.00	1.00	0.01	0.04	0.11	0.00	0.99	0.99
	A			B			A			B		
a*	0.04	0.04	0.07	0.00	1.00	1.00	0.01	0.04	0.09	0.00	1.00	1.00

Sonra biz hər bir alternativ $a_i = (Z_{C_{i1}}, \dots, Z_{C_{i4}})$ və $a^* = (Z_1^*, \dots, Z_4^*)$ ideal həll arasında məsafənin qiymətini hesablayırıq. Məsafə aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$D(a_i, a^*) = \sqrt{\sum_{j=1}^4 D^2(Z_{ij}, Z_j^*)}$$

Alınmış nəticələr Cədvəl 5-də verilib.

Cədvəl 5.

Məsafənin qiymətləri

Alternativ	$D(a_i, a^*)$
a ₁	0,021942
a ₂	0,007835
a ₃	0,027806
a ₄	0,029652
a ₅	0,063197
a ₆	0,030289
a ₇	0,0027
a ₈	0,067073
a ₉	0,066013

Nəhayət, 4-cü mərhələdə biz alternativləri

$$a_i \succ_{\sim} a_k \text{ iff } D(a_i, a^*) \leq D(a_k, a^*).$$

kimi rəqləşdirırıq.

Beləliklə, biz aşağıdakı nəticələri alırıq:

$$a_7 \succ a_2 \succ a_1 \succ a_3 \succ a_4 \succ a_6 \succ a_5 \succ a_9 \succ a_8$$

Otel biznesində Z-informasiyaya əsaslanan qərar qəbuletmə

Biznes sahəsində Z-informasiya şəraitində qərar qəbuletmə məsələsinə baxaq. Otel rəhbərliyi otelə əlavə qanadın tikintisi üçün qərar qəbul etməlidir. Alternativ variantlar 30 (f_1), 40 (f_2) və 50 (f_3) otaqlı qanadlardır. Hər bir qərarın nəticələri yerli özünüidarəetmə orqanlarının qanunvericiliyinin və yerlərdə rəqabətin vəziyyətindən asılıdır. Buna görə, üç mümkün vəziyyətə baxılır: positive qanunvericilik və aşağı rəqabət (S_1), positive qanunvericilik və güclü rəqabət (S_2), qanunvericiliyin olmaması və aşağı rəqabət (S_3). Hər bir qərarın nəticələri Z-ədədlərlə təsvir olunan gözlənilən ödənişlərin (faizlə) qiymətləridir. Buarada əsas məsələ investisiya qoyuluşundan əldə olunan gəlirin maksimallaşdırılması üçün neçə otağın tikilməsini müəyyənləşdirməkdir.

Z-informasiyaya əsaslanan müxtəlif vəziyyətlərə uyğun hər bir hərəkətin faydalılığı və mümkün vəziyyətlərin ehtimalları müvafiq olaraq Cədvəl 6 və 7-də verilir.

Cədvəl 6.

Müxtəlif vəziyyətlərə əsaslanan hərəkətlərin faydalılıq qiymətləri

	S_1	S_2	S_3
f_1	(yüksək; ehtimal ki)	(yüksəkdən aşağı; ehtimal ki)	(orta; ehtimal ki)
f_2	(yüksəkdən aşağı; ehtimal ki)	(zəif; ehtimal ki)	(yüksəkdən aşağı; ehtimal ki)
f_3	(yüksəkdən aşağı; ehtimal ki)	(yüksək; ehtimal ki)	(orta; ehtimal ki)

Cədvəl 7.

Mümkün vəziyyətlərin ehtimallarının qiymətləri

$P(s_1)$ =(orta medium; tamamilə əmin)	$P(s_2)$ =(ortadan aşağı;tamamilə əmin)	$P(s_3)$ =(zəif; tamamilə əmin)
--	--	----------------------------------

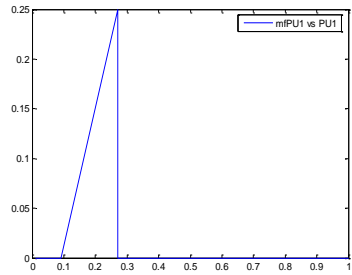
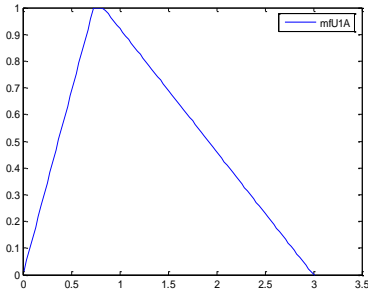
Verilmiş məlumatlara əsaslanaraq, f_1, f_2, f_3 alternativləri üçün gözlənilən faydalılıq qiymətlərini alırıq:

$$Z(A_{U_1}, B_{U_1}) = ((0,1,3), (0.1,0.25,0.28)),$$

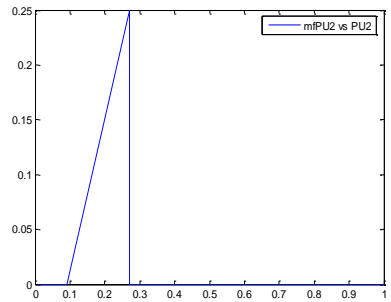
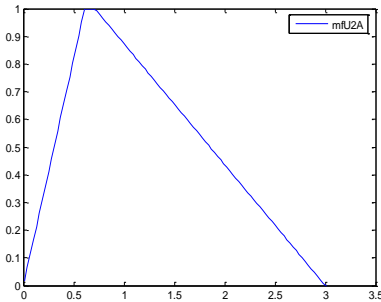
$$Z(A_{U_2}, B_{U_2}) = ((0,0.85,3), (0.09,0.27,0.28)),$$

$$Z(A_{U_3}, B_{U_3}) = ((0,0.8,3), (0.1,0.27,0.28)).$$

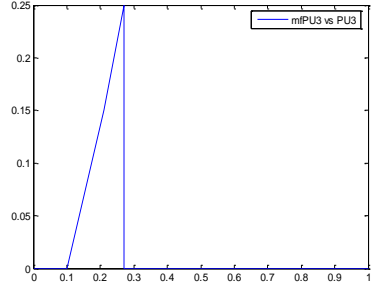
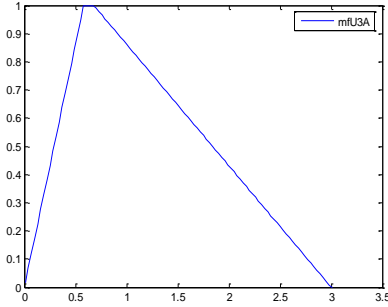
Əldə olunan dəyərlərin mənsubiyyət funksiyalarının təsviri Şəkil 1, 2 və 3-də göstərilmişdir.



Şəkil 1. A_{U_1} və B_{U_1} -in mənsubiyyət funksiyası



Şəkil 2. A_{U_2} və B_{U_2} -in mənsubiyyət funksiyası



Şəkil 3. A_{U_3} və B_{U_3} -ün mənsubiyyət funksiyası

Faydalıqların qeyri-səlis qiymətlərinin müqayisəsi zamanı birinci alternativə üstünlük verilir, yəni $f_1 \succ f_3 \succ f_2$.

Veb xidmətlərin seçimi üçün Z-informasiyaya əsaslanan qərar qəbuletmə

Veb xidmətlərin seçilməsi üçün çoxatributlu qərar qəbuletmə məsələsinə baxaq. Hal-hazırda agentlər üçün geniş çeşidli xidmətlər təklif olunur ki, onlar daha keyfiyyətli xidməti seçə bilərlər. Bu məsələdə veb xidmətlərinin sayı 8-dir: $A_1, A_2, A_3 \dots A_8$. Agent 5 atributu - C_1 (qiymət), C_2 (vaxt), C_3 (etibarlılıq), C_4 (əlçatanlıq), C_5 (təkrarlanma) nəzərə alaraq qərar qəbul etməlidir. Bu halda 8 alternativin hamısı 5 atribut üzrə Z-ədədlərlə qiymətləndirilir. Bu Z-ədədlərin komponentləri üçbucaq şəkilli qeyri-səlis ədədlərlə təsvir olunur və qərar matrisi Cədvəl 8 və 9-dakı kimidir.

Cədvəl 8.

Qərar matrisi			
C_1	C_2	C_3	
A₁	(0.45 0.5 0.55) (0.5 0.6 0.7)	(0.441 0.49 0.539)(0.5 0.6 0.7)	(0.621 0.69 0.759))(0.5 0.6 0.7)
A₂	(0.126 0.14 0.154) (0.5 0.6 0.7)	(0.531 0.59 0.649)(0.5 0.6 0.7)	(0.423 0.47 0.517))(0.5 0.6 0.7)
A₃	(0.225 0.25 0.275)(0.5 0.6 0.7)	(0.711 0.79 0.869) (0.7 0.8 0.9)	(0.27 0.3 0.33))(0.5 0.6 0.7)
A₄	(0.612 0.68 0.748)(0.5 0.6 0.7)	(0.603 0.67 0.737)(0.5 0.6 0.7)	(0.378 0.42 0.462))(0.5 0.6 0.7)
A₅	(0.333 0.37 0.407) (0.5 0.6 0.7)	(0.225 0.25 0.275) (0.5 0.6 0.7)	(0.522 0.58 0.638))(0.5 0.6 0.7)
A₆	(0.432 0.48 0.528)(0.5 0.6 0.7)	(0.549 0.61 0.671))(0.5 0.6 0.7)	(0.621 0.69 0.759))(0.5 0.6 0.7)
A₇	(0.738 0.82 0.902)(0.7 0.8 0.9)	(0.324 0.36 0.396))(0.5 0.6 0.7)	(0.522 0.58 0.638))(0.5 0.6 0.7)
A₈	(0.531 0.59 0.649)(0.5 0.6 0.7)	(0.378 0.42 0.462) (0.5 0.6 0.7)	(0.648 0.72 0.792)(0.7 0.8 0.9)

Cədvəl 9.

Qərar matrisi		
C_4	C_5	
A₁	(0.702 0.78 0.858) (0.5 0.6 0.7)	(0.126 0.14 0.154)(0.5 0.6 0.7)
A₂	(0.585 0.65 0.715) (0.5 0.6 0.7)	(0.828 0.92 1.012)(0.7 0.8 0.9)
A₃	(0.747 0.83 0.913)(0.7 0.8 0.9)	(0.576 0.64 0.704) (0.5 0.6 0.7)
A₄	(0.405 0.45 0.495)(0.5 0.6 0.7)	(0.342 0.38 0.418)(0.5 0.6 0.7)
A₅	(0.351 0.39 0.429) (0.5 0.6 0.7)	(0.243 0.27 0.297)(0.5 0.6 0.7)

5 alternativin çəkiliəri C_1 üçün $W_1 = 0.3$, C_2 üçün $W_2 = 0.2$, C_3 üçün $W_3 = 0.12$, C_4 üçün $W_4 = 0.18$, C_5 üçün $W_5 = 0.2$ təyin olunur. Müsbət ideal alternativ aşağıdakı kimi qəbul olunur:

$$A_p^{id} = ((0.738 0.82 0.902)(0.7 0.8 0.9), (0.711 0.79 0.869)(0.7 0.8 0.9), (0.648 0.72 0.792)(0.7 0.8 0.9), (0.747 0.83 0.913)(0.7 0.8 0.9), (0.828 0.92 1.012)(0.7 0.8 0.9))$$

Mənfi ideal alternativ aşağıdakı kimi təyin olunur:

$A_N^{id} = ((0.126 \ 0.14 \ 0.154)(0.5 \ 0.6 \ 0.7), (0.225 \ 0.25 \ 0.275)(0.5 \ 0.6 \ 0.7), (0.27 \ 0.3 \ 0.33)(0.5 \ 0.6 \ 0.7), (0.216 \ 0.24 \ 0.264)(0.5 \ 0.6 \ 0.7), (0.126 \ 0.14 \ 0.154)(0.5 \ 0.6 \ 0.7))$

Yuxarıdakı ifadələrə uyğun olaraq, alternativlərin Z-vektoru və müsbət ideal həll Z-vektoru arasındakı ölçülən məsafələr aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$d_{p1} = 0.32 \quad d_{p2} = 0.42 \quad d_{p3} = 0.375 \quad d_{p4} = 0.24$$

$$d_{p5} = 0.315 \quad d_{p6} = 0.261 \quad d_{p7} = 0.246 \quad d_{p8} = 0.274$$

Analoji olaraq, alternativlərin Z-vektoru və mənfi ideal həll Z-vektoru arasındakı ölçülən məsafələr aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$d_{N1} = 0.18 \quad d_{N2} = 0.32 \quad d_{N3} = 0.24 \quad d_{N4} = 0.27$$

$$d_{N5} = 0.114 \quad d_{N6} = 0.22 \quad d_{N7} = 0.429 \quad d_{N8} = 0.225$$

$r_i, i = \overline{1,8}$ üçün mənsubiyyət dərəcəsi (60)-a uyğun olaraq hesablanır və aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$r_1 = 0.27 \quad r_2 = 0.37 \quad r_3 = 0.29 \quad r_4 = 0.56 \quad r_5 = 0.12 \quad r_6 = 0.42 \quad r_7 = 0.75 \\ r_8 = 0.4$$

Yekun qərar $\max(r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8) = 0.75$ kimi seçilmişdir. Ən yaxşı alternativ A_7 -dir.

Z-münasibət tənlikləri əsasında layihə seçimində qərar qəbulətmə

Mülki mühəndislik layihəsinin qiymətləndirilməsi problemini nəzərdən keçirək. Bu cür problemlər bir sıra meyarlarla xarakterizə olunur. Meyarlar bir-birindən layihənin başa çatması üçün lazım olan əhəmiyyətləri ilə fərqlənirlər. Eyni zamanda, hər bir layihə müxtəlif səviyyələrdə fəaliyyət göstərir. Beləliklə, bu cür problemlər çoxmeyarlı seçim sahəsində formalaşdırıla bilərlər.

Nəzərdən keçirilən hal üçün üç alternativ a_1, a_2, a_3 layihə C_1, \dots, C_8 meyarlar əsasında qiymətləndirilir: kapital dəyəri, vaxt,

dizayn və quruluş, ətraf mühitə təsir, keyfiyyətə nəzarət, risklərin idarəedilməsi, insan faktoru və strateji menecment. Layihənin meyarlarının əhəmiyyəti və bu meyarlara uyğun layihənin performansını ilə əlaqəli məlumatlar, qeyri-səlislik və qismən etibarlılığı ilə xarakterizə olunur. Bunu nəzərə almaqla meyarların qiymətləri və layihələrin performansını Z-qiymətli məhdudiyətlərlə təsvir olunur (Cədvəl 10 və 11).

Cədvəl 10.

Meyarların əhəmiyyəti								
Meyarların əhəmiyyəti	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
	çox önəmli, əmin	kritik, əmin	həqiqətən kritik, əmin	olduqca önəmli, əmin	önəmli, əmin	həqiqətən kritik, əmin	önəmli, əmin	önəmli, əmin

Cədvəl 11.

Alternativlərin meyarlara görə dəyərləndirilməsi

Meyar	Layihə 1	Layihə 2	Layihə 3
kapital dəyər	ortalama, əmin	həqiqətən üstün, əmin	pis, əmin
vaxt idarəetməsi	həqiqətən üstün, əmin	ortalamadan aşağı, əmin	üstün, əmin
dizayn və quruluş	çox pis, əmin	həqiqətən üstün, əmin	ortalama, əmin
ətraf mühitə təsiri	ortalamadan aşağı, əmin	pis, əmin	üstün, əmin
keyfiyyətə nəzarət	üstün, əmin	ortalama, əmin	pis, əmin
risklərin idarəedilməsi	pis, əmin	ortalamadan aşağı, əmin	həqiqətən üstün, əmin
insan faktoru	çox pis, əmin	ortalamanın üstündə, əmin	üstün, əmin
strateji idarəetmə	ortalamanın üstündə, əmin	pis, əmin	ortalama, əmin

[0, 1] intervalında, Z-ədədli məhdudiyətlər üçün kod kitabları aşağıda verilmişdir (Cədvəl 12 və 13).

Meyarların əhəmiyyəti üçün dəyərlər

Skala	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
çox önəmli, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,288,0,32,0,352),(0,7,0,8,0,9))	((0,495,0,55,0,605),(0,7,0,8,0,9))	((0,756,0,84,0,924),(0,7,0,8,0,9))	((0,855,0,95,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,855,0,95,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,756,0,84,0,924),(0,7,0,8,0,9))	((0,495,0,55,0,605),(0,7,0,8,0,9))	((0,288,0,32,0,352),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))
kritik, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,09,0,1,0,11),(0,7,0,8,0,9))	((0,27,0,3,0,33),(0,7,0,8,0,9))	((0,63,0,7,0,77),(0,7,0,8,0,9))	((0,81,0,9,0,99),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,81,0,9,0,99),(0,7,0,8,0,9))	((0,63,0,7,0,77),(0,7,0,8,0,9))	((0,27,0,3,0,33),(0,7,0,8,0,9))	((0,09,0,1,0,11),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))
həqiqətən kritik, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,009,0,01,0,011),(0,7,0,8,0,9))	((0,081,0,09,0,099),(0,7,0,8,0,9))	((0,441,0,49,0,539),(0,7,0,8,0,9))	((0,729,0,81,0,891),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,729,0,81,0,891),(0,7,0,8,0,9))	((0,441,0,49,0,539),(0,7,0,8,0,9))	((0,081,0,09,0,099),(0,7,0,8,0,9))	((0,009,0,01,0,011),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))
kritik, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,045,0,05,0,055),(0,7,0,8,0,9))	((0,18,0,2,0,22),(0,7,0,8,0,9))	((0,765,0,85,0,935),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))
olduqca önəmli, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,072,0,08,0,088),(0,7,0,8,0,9))	((0,864,0,96,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))

Cədvəl 13. Meyarların dəyərləndirilməsi üçün ölçülər

Skala	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
ortalamadan aşağı, əmin	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,855,0,95,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,765,0,85,0,935),(0,7,0,8,0,9))	((0,54,0,6,0,66),(0,7,0,8,0,9))	((0,18,0,2,0,22),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))
ortalama, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,045,0,05,0,055),(0,7,0,8,0,9))	((0,135,0,15,0,165),(0,7,0,8,0,9))	((0,36,0,4,0,44),(0,7,0,8,0,9))	((0,72,0,8,0,88),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,72,0,8,0,88),(0,7,0,8,0,9))	((0,36,0,4,0,44),(0,7,0,8,0,9))	((0,135,0,15,0,165),(0,7,0,8,0,9))	((0,045,0,05,0,055),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))
ortalamanın üstündə, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,18,0,2,0,22),(0,7,0,8,0,9))	((0,54,0,6,0,66),(0,7,0,8,0,9))	((0,765,0,85,0,935),(0,7,0,8,0,9))	((0,855,0,95,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))
həqiqətən üstün, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,045,0,05,0,055),(0,7,0,8,0,9))	((0,135,0,15,0,165),(0,7,0,8,0,9))	((0,36,0,4,0,44),(0,7,0,8,0,9))	((0,72,0,8,0,88),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))	((0,72,0,8,0,88),(0,7,0,8,0,9))	((0,36,0,4,0,44),(0,7,0,8,0,9))	((0,135,0,15,0,165),(0,7,0,8,0,9))	((0,045,0,05,0,055),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))
üstün, əmin	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))	((0,09,0,1,0,11),(0,7,0,8,0,9))	((0,225,0,25,0,275),(0,7,0,8,0,9))	((0,81,0,9,0,99),(0,7,0,8,0,9))	((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))

pis, əmin	pis, əmin
$((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))$	$((0,9,1,1),(0,7,0,8,0,9))$
$((0,72,0,8,0,88), (0,7,0,8,0,9))$	$((0,576,0,64,0,704), (0,7,0,8,0,9))$
$((0,315,0,35,0,385), (0,7,0,8,0,9))$	$((0,108,0,12,0,132), (0,7,0,8,0,9))$
$((0,18,0,2,0,22), (0,7,0,8,0,9))$	$((0,036,0,04,0,044), (0,7,0,8,0,9))$
$((0,045,0,05,0,055), (0,7,0,8,0,9))$	$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$
$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$	$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$
$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$	$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$
$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$	$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$
$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$	$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$
$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$	$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$
$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$	$((0,0,0),(0,7,0,8,0,9))$

Ən yaxşı layihəni müəyyənləşdirmək üçün 4-cü fəsilə verilmiş Z-qiymətli məlumatlar əsasında qərar qəbul etmə üsulundan istifadə edək. Həll metodunun birinci mərhələsində hər bir (a, C) , $a \in \{a_1, a_2, a_3\}$, $C \in \{C_1, \dots, C_8\}$ layihə-meyar cütü üçün C meyarlarına görə $(Z_{(a,C)ij}^{perform})$ layihə performansını ilə C meyarının $(Z_{Cij}^{signif})^{-1}$ arasında iki-ölçülü Z-münasibət $(Z_{(a,C)ij})$ tapılır. Bu münasibət aşağıdakı Z-münasibət tənliyini həll edərək alınır:

$$(Z_{(a,C)ij}) \circ (Z_{(a,C)ij}^{perform}) = (Z_{Cij}^{signif}), \quad (63)$$

burada $(Z_{(a,C)ij})$, $(Z_{(a,C)ij})$ -in maksimal həlli kimi müəyyən edilir:

$$(Z_{(a,C)ij}) = (Z_{(a,C)ij}^{perform})^{-1} \alpha (Z_{Cij}^{signif}). \quad (64)$$

Müəyyən edilmiş nəticələr aşağıdakı kimidir:

Şkala	$(Z_{proj a_1 i})$	$(Z_{proj a_2 i})$	$(Z_{proj a_3 i})$
0	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))
0.1	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))	((0.072,0.08,0.088), (0.7,0.8,0.9))
0.2	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))
0.3	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))
0.4	((0.072,0.08,0.088), (0.7,0.8,0.9))	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))
0.5	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((1,1,1),(1,1,1))
0.6	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((1,1,1),(1,1,1))
0.7	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((0.072,0.08,0.088), (0.7,0.8,0.9))	((1,1,1),(1,1,1))
0.8	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))
0.9	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))
1	((0,0,0),(0.7,0.8,0.9))	((1,1,1),(1,1,1))	((1,1,1),(1,1,1))

Və sonda $(Z_{proj a_1 i}), (Z_{proj a_2 i}), (Z_{proj a_3 i})$ Z-qiymətli ümumi dəyərləndirmələri müqayisə edirik və aşağıdakı nəticələri alırıq: $(Z_{proj a_3 i}) \succ (Z_{proj a_2 i}) \succ (Z_{proj a_1 i})$. Beləliklə, a_3 ən yaxşı layihədir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində əldə edimiş əsas **elmi nəticələr** aşağıdakı kimidir:

1. Mövcud qərar qəbuletmə nəzəriyyələrinin və metodlarının hərtərəfli kritik təhlili göstərir ki, qeyri-müəyyən və qismən etibarlı informasiya ilə qərar qəbuletmə metodları üzrə effektiv nəticələri olan tədqiqat işləri çox azdır. Xüsusilə, elmi ədəbiyyatda bu günə qədər bimodal məlumat, yəni qeyri-səlis və ehtimal qeyri-müəyyənliyinin sinerjisi ilə xarakterizə olunan daha adekvat qərar üstünlüklərinin formalaşdırılması üzrə işlər yoxdur. Z-ədədlər konsepsiyası, qeyri-səlis məntiqin Z-genişlənməsi bu tip informasiyanı təsvir etmək üçün formal bir vasitədir.
2. Daha adekvat qərar üstünlüklərinin sintezi üçün elementləri Z-ədədlər olan qərar matrisləri üçün Z-ədədli məxsusi ədəd

və məxsusi vektor konsepsiyası formalaşdırılmışdır. Problemin formal qoyuluşu və Z -ədədli məxsusi həllərin hesablanması üçün həll üsulu təklif edilmişdir.

3. Qərar qəbuletmə alternativlərə və seçim meyarları üzrə üstünlüklərə əsaslanır. Bu halda tutarlılıq anlayışı, qərar alternativlərinin etibarlı qiymətləndirilməsində üstünlük biliklərinin keyfiyyətini və etibarlılığını qiymətləndirmək üçün istifadə olunur. Mövcud işlər müqayisə olunan elementlər arasındakı üstünlük intensivliyinin rasionallığını qorumaq üçün istifadə olunan bir sıra sərt tutarlılıq şərtlərinə malikdir. Tədqiqat işində bu cür vəziyyət üçün tutarlılıq sürüşünə əsaslanan üstünlük dərəcələrinin alınmasına bir yanaşma təklif edilmişdir. Üstünlük haqqında biliklərinin qeyri-müəyyənliyini və qismən etibarlılığını əks etdirmək üçün üstünlük dərəcəsi Z -ədədlər ilə təsvir olunur. Tutarlılıq üstünlükləri formalaşdırmaq üçün Z -ədəd qiymətli dəyişənlərdən optimallaşdırma probleminə istifadə olunur.
4. Qeyri-səlis münasibət tənlikləri bir çox nəzəri və praktik problemlərdə, xüsusən də, qərar qəbuletmə problemlərində, optimallaşdırma problemlərində əsas vasitədir. Təəssüf ki, bu yanaşmalarda mövcud informasiyanın etibarlılığı nəzərə alınmır. Bu dissertasiyada Z -münasibətin tərifı və Z -münasibətləri üzərində bəzi əməliyyatlar təklif edilmişdir. Bu əsasla, Z - münasibətlə təsvir olunan informasiya ilə qərar qəbuletmə məsələsi qoyulmuş və onun həll üsulu təklif edilmişdir.
5. Çox atributlu qərar qəbuletmə problemi üçün atribut qiymətləri Z -ədədlər olan və çəki informasiyası qismən etibarlı olan iki yeni üsul təklif edilmişdir. Birinci üsul ümumi meyarlar və alternativlər üzərində müsbət ideal həllə və Z - vektorlar arasındakı məsafəyə əsaslanır. Yekun qərar alternativı, namizədin müsbət ideal həllə mənsubiyyət dərəcəsinə əsasən seçilir. İkinci üsul oxşarlıq ölçüsünə əsaslanır. Baxılan qərar probleminin həlli üçün, yəni mövcud olanlar arasından ən yaxşı alternativı seçmək üçün Z -

informasiya əsaslı Jaccard oxşarlıq ölçüsü - bütün alternativlərlə ideal alternativ arasında oxşarlıq ölçüsü istifadə olunur.

6. Bu dissertasiyada təklif olunan nəzəri nəticələr biznes üçün ölkə seçimi, otel işi, layihə seçimi və veb xidmətləri seçimi üçün qərar qəbuletmə probleminə tətbiq edilmişdir. Bu tətbiqetmələr, həmçinin dissertasiyada təklif olunan nəzəri nəticələrin müqayisəli təhlili təklif olunan yanaşmaların etibarlılığını və faydalılığını göstərir.

Dissertasiyanın əsas məzmunu aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Alizadeh, A.V., Aliev, R.R., Aliyev, R.R. Operational approach to Z-information-based decision making // b-Quadrat Verlag, Germany, - 2012 – p. 269-277.
2. Alizadeh, A.V., Aliev, R.R., Aliyev, R.R. Computations with Z-numbers // b-Quadrat Verlag, Germany, – 2012 – p. 101 - 107.
3. Aliyev, R.R. Similarity Based Multi-Attribute Decision Making under Z-information // b-Quadrat Verlag, Germany, – 2015 – p. 33 - 38.
4. Aliyev, R.R. Multi-attribute decision making based on Z-valuation // Procedia Computer Science, vol. 102 – 2016, - p. 218-222.
5. Aliyev, R.R. Interval linear programming based decision making on market allocations // Procedia Computer Science, - vol. 120, - 2017 – p. 47-52.
6. Aliyev, R.R. Country Selection for Business Location Under Imperfect Information // Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer Nature Switzerland, vol. 896, - 2018 – p. 922-928.
7. Aliev, R.R., Sara, Salehi, Aliyev, R.R. Development of Fuzzy Time Series Model for Hotel Occupancy Forecasting //

- Sustainability Journal, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, - 11(3), – (2019).
8. Aliev, R.A., Pedrycz, W., Huseynov, O.H., Aliyev, R.R. Eigensolutions of Partially Reliable Decision Preferences Described by Matrices of Z-Numbers // International Journal of Information Technology & Decision Making, - 19(06), - 2020 – p. 1429-1450.
 9. Aliev, R.R., Hasan Temizkan, Aliyev, R.R. Fuzzy Analytic Hierarchy Process-Based Multi-Criteria Decision Making for Universities Ranking // Symmetry Journal, - 12(1351), - 2020 -15 p.
 10. Aliyev, R.R. Construction of consistent Z-preferences in decision making for a foreign market selection // Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, - vol. 1306, - 2021 – p. 30-37.
 11. Aliev, R.A., Guirimov, B.G., Huseynov, O.H., Aliyev, R.R. A consistency-driven approach to construction of Z-number-valued pairwise comparison matrices // Iranian Journal of Fuzzy Systems, - 18(4), - 2021 – p. 37-49.
 12. Aliyev, R.R. Decision making based on case company target by using GP model // Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer International Publishing, - vol. 1323, - 2021 – p. 329-333.
 13. Aliev, R.A., Guirimov, B.G., Huseynov, O.H., Aliyev, R.R. Z-relation equation-based decision making // Expert Systems with Applications, - vol. 184, - 2021 - p. 115387 (1-12).

Həmmüəlliflərlə birlikdə dərc olunmuş elmi məqalələrdə müəllifin şəxsi iştirakı:

- [1, 2, 8, 11, 13] – Məsələnin qoyuluşu, riyazi midelləşdirmə, kompüter simulyasiyası, nəticələrin təhlili;
[7, 9] – Riyazi tədqiqat, kompüter simulyasiyası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 09 dekabr 2021 il tarixində saat 13⁰⁰da Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.02 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1010, Bakı şəhəri, Azadlıq prospekti 34.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 06 oktyabr 2021 il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 06.10.2021

Kağızın format: A5

Həcm: 39 484

Tiraj: 100 nüsxə