АЗЕРБАЙДЖАНСКАЯ РЕСПУБЛИКА

На правах рукописи

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ АНАЛИЗА СИСТЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ-ЗАПАСАНИЯ С РАЗНОТИПНЫМИ ЗАЯВКАМИ

Специальность:	3338.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации»
Отрасль науки:	Технические науки
Соискатель:	**Алиев Исмаил Алекпер оглы**

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
доктора философии

БАКУ- 2022

Диссертационная работа выполнена на кафедре «Информационные Технологии и Программирование» факультета Прикладной математики и кибернетики Бакинского Государственного Университета.

Научный руководитель: член-корреспондент НАНА
доктор технических наук, профессор
Меликов Агаси Зарбали оглы

Научный консультант: доктор технических наук, профессор
Пономаренко Леонид Анатольевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Рзаев Рамин Рза оглы

доктор технических наук, доцент
Гардашова Латафат Аббас кызы

доктор философии по технике, доцент
Юсифов Фархад Фирудин оглы

Диссертационный совет ED 1.20 Высшей Аттестационной Комиссии при Президенте Азербайджанской Республики, действующий на базе Института Систем Управления НАНА

Председатель диссертационного совета: академик, доктор технических наук, профессор
Аббасов Али Магамед оглы

Ученый секретарь диссертационного совета: доктор технических наук, профессор
Мусаева Наиля Фуад кызы

Председатель научного семинара: доктор технических наук, доцент
Пашаев Фахрад Гейдар оглы

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы и степень ее разработанности. В последние три десятилетия интенсивно изучаются системы обслуживания-запасания (СОЗ), в которых время обслуживания заявок является положительной случайной величиной. В таких системах возможны образования очереди поступающих заявок и в них уровень запасов уменьшаются лишь после завершения их обслуживания. Кроме них, также интенсивно изучаются системы, в которых время обслуживания заявок равно нулю, т.е. классические системы управления запасами (СУЗ). В отличие от СОЗ, в СУЗ уровень запасов системы уменьшаются мгновенно в момент поступления заявки.

Анализ существующей литературы показал, что в подавляющем большинстве работ изучаются модели СОЗ и СУЗ, в которых заявки являются идентичными по всем показателям – по объему требуемых ими запасов, по времени обслуживания, по важности и т.д. Вместе с тем, в реальной жизни поставщики товаров различают своих клиентов. Так, например, клиенты могут иметь различные размеры; они могут быть постоянными и эпизодическими; некоторые клиенты могут платить за один и тот же товар больше, чем другие клиенты и т.д. В таких случаях поставщики товаров для поощрения выгодных клиентов используют различные схемы для их приоритетного обслуживания.

Несмотря на то, что СОЗ и СУЗ с разнотипными заявками часто встречаются в реальной жизни, в доступной литературе они мало изучены. Исходя из этих фактов, в данной диссертационной работе разрабатываются и исследуются математические модели СОЗ и СУЗ с разнотипными заявками. Этими обстоятельствами объясняется актуальность темы данной работы.

Основная цель и задачи исследования. Цель работы состоит в разработке и исследование математических моделей СОЗ и СУЗ с разнотипными заявками. Исходя из этой, цели в данной работе решены следующие задачи:

-разработка математических моделей СУЗ и СОЗ с разнотипными заявками;

-разработка методов и алгоритмов расчета и оптимизации характеристик СОЗ и СУЗ с разнотипными заявками.

Объект и предмет исследования. Объектом диссертационной работы являются системы обслуживания-запасания с разнотипными заявками.

Предметом диссертационной работы является создание методов нахождения и улучшения характеристик изучаемых объектов.

Методы исследований. Для достижения поставленной цели использованы методы теории управления запасами, теории систем массового обслуживания, теории графов, теории многомерных цепей Маркова и математического моделирования и численные методы оптимизации.

Положения, выносимые на защиту. Автор защищает следующие положения.

1. Математические модели СУЗ с двумя типами заявок и без их повторения при использовании детерминированных и рандомизированной политики пополнения запасов.

2. Новые схемы приоритетного обслуживания в СУЗ с повторением заявок низкого приоритета, которые основаны на значения текущего уровня запасов системы в моменты поступления заявок извне и с орбиты.

3. Математические модели СОЗ с двумя типами заявок при наличии конечной и бесконечной очереди, где приоритеты заявок определяются либо в зависимости от длины очереди разнотипных заявок либо от текущего уровня запасов системы.

4. Методы и алгоритмы расчета и оптимизации показателей качества обслуживания, изучаемых моделей СУЗ и СОЗ при использовании различных политик пополнения запасов.

Научная новизна. Основные результаты данной работы, имеющие научные новизну, заключаются в следующем:

1. Разработаны математические модели СУЗ с двумя

типами заявок и без повторения заявок при использовании четырех детерминированных и одной рандомизированной политики пополнения запасов (ППЗ). Определена схема приоритетного обслуживания разнотипных заявок, которая основана на значение текущего уровня запасов системы в моменты поступления заявок. Предложены точные формулы для нахождения характеристик изучаемых СУЗ при использовании каждой ППЗ.

2. Предложена новая схема приоритетного обслуживания заявок в СУЗ с двумя типами заявок и повторением заявок низкого приоритета при использовании различных ППЗ. Согласно данной схеме заявки низкого приоритета согласно схеме Бернулли могут либо уходить в орбиту, либо покидать систему, если в моменты их поступления уровень запасов системы ниже определенного критического уровня. При этом если в моменты поступления заявки с орбиты уровень запасов опять ниже критического уровня, то повторная заявка также согласно схеме Бернулли, либо окончательно уходит с орбиты, либо остается там для повторения. Показано, что математическими моделями изучаемых СУЗ являются соответствующие двумерные цепи Маркова (ЦМ) и установлены условия эргодичности этих цепей. Найдены формулы для точного и приближенного вычисления характеристик изучаемых систем.

3. Предложены две схемы приоритетного обслуживания заявок в СОЗ с конечной или бесконечной очередью, в которых часть заявок после завершения обслуживания не получают запасов. В обеих схемах заявки высокого приоритета принимаются при наличии хотя бы одного свободного места в очереди. Вместе с тем, в одной схеме заявки низкого приоритета принимаются лишь тогда, когда общее число заявок в системе ниже определенного порогового значения. В другой схеме заявки низкого приоритета принимаются лишь тогда, когда уровень запасов системы выше определенной критической величины.

4. Построены двумерные цепи Маркова, которые

описывают работу изучаемых СОЗ при использовании обеих схемах доступа и различных детерминированных ППЗ. Получены условия эргодичности этих систем при наличии очереди разнотипных заявок бесконечной длины. Предложен унифицированный подход для изучения СОЗ с конечной и бесконечной очередями. Найдены точные и приближенные формулы для вычисления их характеристик и решены задачи максимизации их прибыли.

Научная и практическая ценность. Предложенные математические модели более адекватно описываются работу широкого класса систем обеспечения материальными ресурсами, в том числе сложных логистических сетей. Полученные формулы и разработанный пакет прикладных программ позволяют вычислить и улучшить характеристик указанных систем.

Апробация работы и внедрения работы. Основные научные и практические результаты работы докладывались и обсуждались:

- на XXII Республиканской научной конференции докторантов и молодых исследователей, Баку, Азербайджан, ноябрь, 2018;
- на XVII и XVIII Международных конференциях «Информационные технологии и математическое моделирование», Томск, Россия, сентябрь, 2018 и июнь, 2019 соответственно;
- at the XXV-th International Open Science Conference «Modern Informatization Problems in Economics and Safety», Yelm, WA, USA, January 2020;
- на XII Международной научно-практической конференции «Интернет, Образование, Наука» (ИОН-2020), Винница, Украина, май, 2020;
- на семинарах Института Систем Управления НАН Азербайджана и на семинарах кафедры «Информационные Технологии и Программирование» факультета Прикладной математики и кибернетики Бакинского Государственного Университета.

Результаты диссертационной работы были использованы и реализованы в существующей системе компании OFFICE LINES.

Название учреждения, где выполнена работа. Диссертационная работа была выполнена на кафедре «Информационные Технологии и Программирование» факультета «Прикладная Математика и Кибернетика» Бакинского Государственного Университета.

Число опубликованных научных статей. По результатам проведённых исследований всего опубликовано 12 работ: 7 научных статей, в том числе 6 – за рубежом, из которых 3 статьи с международными научными индексами цитирования из архива Web-Science и Scopus; 5 тезиса докладов на конференциях.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Работа содержит 165 страниц, в том числе 26 рисунков, 9 таблиц и 107 наименований в списке литературы. Объем общего и структурного разделов диссертации распределяется примерно следующим образом: Всего - 170 000 знаков, Оглавление – 2000 знаков, Введение – 14000 знаков, Глава первая – 34500 знаков, Глава вторая - 31500 знаков, Глава третья - 26000 знаков, Глава четвертая – 58000 знаков, Заключение - 4000 знаков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность проводимых исследований, сформулированы цели и задачи диссертации, приведены основные положения, выносимые на защиту, перечисляются научные новизны, указана практическая значимость работы и приводятся перечень научных форумов, где были доложены результаты данной работы. Здесь также дано краткое содержание каждой главы диссертационной работы.

В первой главе указываются, что в классической теории системы массового обслуживания предполагается, что в системе имеются определенное количество стационарных каналов (серверов, приборов, линий и т.д.), которые предназначены для выполнения процесса обслуживания поступающих в случайные моменты времени заявок.

В работах по теории системы массового обслуживания основополагающим допущением является то, что системы массового обслуживания кроме стационарных каналов имеют и неограниченные запасы, таким образом, потери заявок связаны лишь с отсутствием свободного канала и/или свободного место в буфере для ожидания заявок, а также с нетерпеливостью заявок в очереди. Вместе с тем, в ряде реальных системах массового обслуживания для обслуживания поступившей заявки не достаточно лишь наличие свободного канала, а требуется еще наличие определенных ресурсов (запасов) системы, так как в них обслуживания заявки связано с отпуском (продажей) определенных вещей к поступившей заявке. Важно отметить, что существуют системы, в которых уровень запасов уменьшаются также и в результате их порчи. Такие системы называются системами с портящимися запасами. Однако здесь мы будем рассматривать лишь системы с непортящимися запасами, т.е. будем предполагать, что время жизни запасов является бесконечным.

Классическая теория системы массового обслуживания получила свое развитие в фундаментальных работах А.Н. Колмогорова, А.Я. Хинчина, Б.В. Гнеденко, Палма, Кокса и ряда других ученых. В дальнейшем эта теория бурно развивалась в работах Г.П. Башарина, В.С. Королюка, И.Н. Коваленко, Б.В. Севастъянова, Л. Клейнрока, К. Росс и ряда других известных ученых. В последние годы существенный вклад к теории системы массового обслуживания внесли В.М. Вишневский, В.В. Рыков, А.М. Горцев, А.А. Назаров, А.Н. Дудин, К.Е. Самуйлов и их многочисленные ученики.

Системы массового обслуживания, в которой для обслуживания заявки кроме свободного сервера еще и требуется наличие определенных запасов, называются системами обслуживания-запасания. Эти системы могут быть рассмотрены и с точки зрения классических систем управления запасами, где не учитываются возможности образования очереди заявок даже при наличии необходимого количества запасов системы, т.е. в них предполагается, что система имеет бесконечное число каналов для отпуска требуемых запасов. Иными словами, считается, что время обслуживания заявок равно нулю. Следовательно, СУЗ могут быть представлены как СОЗ с мгновенным обслуживанием заявок, т.е. в СУЗ уровень запасов системы уменьшается в моменты поступления заявок.

В этой главе указываются основные специфические особенности СУЗ и СОЗ. Отмечается, что теория СУЗ имеет довольно глубокую историю, в то время как теория СОЗ создано почти тридцать лет тому назад. Указано, что основоположниками теории СОЗ наряду с американскими учеными Sigman и Simch-Levi является азербайджанский ученый А.З. Меликов. Здесь дан подробный анализ обзор работ, посвященных исследованию моделей СУЗ и СОЗ. Отмечено, что в известных работах, в основном, изучаются модели систем с идентичными заявками. Отмечается важность исследования моделей СУЗ и СОЗ с разнотипными заявками. При этом указывается на повышение сложности изучения моделей СУЗ и СОЗ с разнотипными заявками, так как учет факта разнотипности заявок приводит к необходимости изучения моделей многомерных цепей Маркова. Проведены определенные классификации этих моделей и указаны основные характеристики изучаемых систем. Выделены три класса моделей с двумя типами заявок, при этом два класса систем относятся к типу СУЗ, и третий класс – к СОЗ. Первый класс является СУЗ без повторных заявок; второй класс – СУЗ с повторными заявками и третий класс – СОЗ, где возможны образования очереди поступающих заявок. Приводятся структурные схемы этих систем и определяются их основные характеристик. Здесь также приводится подробное описание этапов построения математических моделей изучаемых систем.

Как и в теории системы массового обслуживания, здесь также возможно ввести определенные классификации СОЗ и СУЗ. В основу таких классификаций могут быть положены различные факторы. Среди них наиболее важными являются следующие факторы: время жизни запасов системы; виды функций распределения входящих потоков и времени их обслуживания; типы заявок; поведение заявок при отсутствии запасов системы; поведение заявок после завершения обслуживания; политика пополнения запасов; виды функций распределения времени задержки при выполнении заказываемых запасов; виды функции затрат и доход.

Во второй главе изучаются модели СУЗ с двумя типами заявок. В них возможны использования различных ППЗ.

Здесь изучаются модели СУЗ, в которых обслуживаются пуассоновские потоки заявок двух типов: интенсивность обычных заявок (поток заявок первого типа) равна λ_1 , а интенсивность приоритетных заявок (поток заявок второго типа) равна λ_2. Во всех моделях принята следующая схема обслуживания разнотипных заявок.

- Если в момент поступления приоритетной заявки уровень запасов больше нуля, то она получает запас и покидает систему.

- Если в момент поступления обычной заявки уровень запасов больше критического уровня $s, s < S/2$, где S означает максимальный размер склада системы, то она также получает запас и покидает систему.

- Если уровень запасов системы в момент поступления обычной заявки меньше или равен s, эта заявка согласно схеме Бернулли либо с вероятностью α получает запас и покидает систему либо с дополнительной вероятностью $1-\alpha$ уходит из системы не получив запас.

В системе может быть использована одна из следующих четырех типов детерминированных ППЗ:

- Политика двух уровней, т.е. (s,S) -политика. Это означает, что заказ для поставки запасов делается тогда, когда их уровень опускается до величины $s, s < S/2$, при этом объем заказа является постоянной величиной и равен $S - s$;

- Политика переменного объема заказов (Variable Order Size, VOS), т.е. заказ для поставки запасов делается тогда, когда их уровень опускается до величины $s, s < S/2$, при этом объем заказа является переменной величиной и равен $S - m$, где m уровень запасов в момент отправки запасов;
- $(S-1, S)$-политика, т.е. заказ (единичного размера) для поставки запасов делается после каждого акта отпуска запасов;
- "Up to S" политика, т.е. если уровень запасов в системе равен нулю, то делается заказ для заполнения склада до максимального уровня.

Во всех типах ППЗ время выполнения заказов на пополнения запасов являются случайными величинами, которые имеют общую показательную функцию распределения с параметром $\nu > 0$.

Показано, что математическими моделями изучаемых систем при использовании различных ППЗ являются одномерные ЦМ. Состояния указанных ЦМ в произвольный момент времени описывается скалярной величиной m, которая указывает текущий уровень запасов системы, m=0, 1, …, S.

Во всех моделях найдены явные формулы для вычисления характеристик системы: средний уровень запасов (S_{av}); средняя интенсивность заказов (RR); вероятности отказа в обслуживании заявок каждого типа при поступлении в систему (PB_1, PB_2).

Так, для вычисления характеристик системы при использовании (s, S)-политики пополнения запасов получены следующие формулы:

$$S_{av} = \sum_{m=1}^{S} mp(m); \tag{1}$$

$$RR = \lambda p(s+1); \tag{2}$$

$$PB_1 = (1-\alpha)\sum_{m=0}^{s} p(m); \tag{3}$$

$$PB_2 = p(0). \tag{4}$$

В (1) - (4) величины $p(m)$ указывают вероятностей того, что уровень запасов равен $m, m = 0,1,\dots,S$, и определяются так:

$$p(m) = \begin{cases} a_m\, p(s+1), & 0 \le m \le s, \\ p(s+1), & s+1 \le m \le S-s, \\ b_m\, p(s+1), & S-s+1 \le m \le S, \end{cases}$$

где $p(s+1) = \left(\sum_{m=0}^{s} a_m + S - s + \sum_{m=S-s+1}^{S} b_m \right)^{-1}$;

$$a_m = \prod_{i=m+1}^{s+1} \frac{x_i}{\nu + x_{i-1}}\ , \ x_0 = 0\,;\ x_m = \begin{cases} \lambda_1\alpha + \lambda_2, & 1 \le m \le s, \\ \lambda, & s+1 \le m \le S; \end{cases}$$

$$b_m = \frac{\nu}{\lambda} \sum_{i=m-S+s}^{s} a_i\ .$$

Здесь также изучена модель СУЗ при использовании рандомизированной ППЗ, которая определяется следующим образом. Обслуживания заявок продолжается, пока склад системы не является пустым, а когда склад системы оказывается пустым, с вероятностью $\sigma(m)$ заказываются запасы объема $m, m = 1,2,\dots,S$, где $\sum_{m=1}^{S} \sigma(m) = 1\,, \sigma(S) > 0$.

Для данной модели вероятности состояний вычисляются следующим образом:

$$p(m) = \begin{cases} \dfrac{\nu}{\tilde{\lambda}}\left(1 - \sum\limits_{i=1}^{m-1} \sigma(i)\right) p(0), & 1 \le m \le s, \\ \dfrac{\nu}{\lambda}\left(1 - \sum\limits_{i=1}^{m-1} \sigma(i)\right) p(0), & s+1 \le m \le S, \end{cases}$$

где $p(0) = \left(1 + \nu\left(\frac{1}{\tilde{\lambda}} \sum_{m=1}^{s}\left(1 - \sum_{i=1}^{m-1}\sigma(i)\right) + \frac{1}{\lambda}\sum_{m=s+1}^{S}\left(1 - \sum_{i=1}^{m-1}\sigma(i)\right)\right)\right)^{-1}$.

Искомые характеристики этой модели вычисляются так:

$$S_{av}=\sum_{m=1}^{S} mp(m)=\nu p(0)\left(\frac{1}{\tilde{\lambda}}\sum_{m=1}^{s}\left(1-\sum_{i=1}^{m-1}\sigma(i)\right)+\frac{1}{\lambda}\sum_{m=s+1}^{S}\left(1-\sum_{i=1}^{m-1}\sigma(i)\right)\right);$$

$$RR=\tilde{\lambda}p(1)=\nu p(0);$$

$$PB_1=(1-\alpha)\sum_{m=0}^{s} p(m)=(1-\alpha)\left(1+\frac{\nu}{\tilde{\lambda}}\sum_{m=1}^{s}\left(1-\sum_{i=1}^{m-1}\sigma(i)\right)\right)p(0);$$

$$PB_2=p(0).$$

В работе приведены результаты численных экспериментов по расчету моделей. Некоторые результаты численных экспериментов для системы при использовании (s,S)- политики пополнения запасов показаны на рис. 1; здесь принято, что $S=120,\lambda_1=50,\lambda_2=200,\nu=20,\alpha=0.3.$

В данной главе также решены задачи максимизации прибыли системы при использовании различных политик пополнения запасов: для каждой политики пополнения запасов требуется максимизировать прибыль системы $(PT(s))$ за счет выбора надлежащих значений критического уровня запасов s, т.е. требуется решить следующую задачу:

$$s^*=\arg\max_{s} PT(s), \tag{5}$$

где $PT(s)=RV(s)-TC(s)$. Доходы системы (RV) формируются из продажи запасов, т.е.

$RV(s)=(\lambda_1(1-PB_1(s)))C_{rev}^1+\lambda_2(1-PB_2(s))C_{rev}^2$, где C_{rev}^k – доходы системы из-за продажи единицы запаса по заявкам k-го типа, $k=1,2$. Суммарные штрафы (TC) в системе определяются следующим образом:

$$TC(s)=(K+c_rV_{av}(s))RR(s)+c_hS_{av}(s)+c_l^1\lambda_1PB_1(s)+c_l^2\lambda_2PB_2(s),$$

где K – фиксированная цена одного заказа; c_r – цена единицы объема заказа; c_h – цена хранения единицы объема запасов за единицу времени; c_l^k – штраф за потерю одной заявки k - го типа.

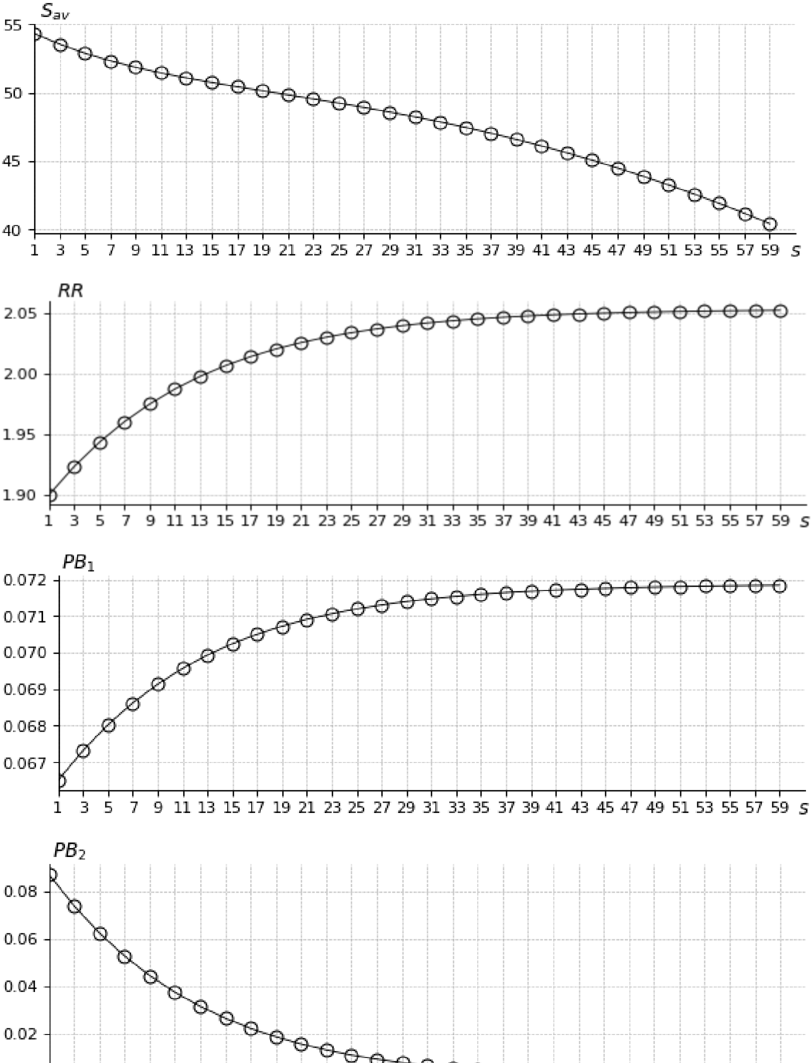

Рис. 1. Зависимость характеристик системы от параметра s при использовании (s, S)- политики пополнения запасов.

Отметим, что задача (5) всегда имеет решение, так как множество допустимых решений $\{0 \le s \le \lceil S/2 \rceil\}$ является конечным и дискретным. В данной главе приведены результаты решения задачи (5) для каждой ППЗ.

В третьей главе предложены приоритетные модели СУЗ с двумя типами заявок и повторными низкоприоритетными заявками. Приоритетное обслуживание заявок осуществляется по следующей схеме: если в момент поступления высокоприоритетной заявки уровень запасов больше нуля, то она получает запас и покидает систему; если в момент поступления низкоприоритетной заявки уровень запасов больше критического уровня $s, s < S/2$, то она также получает запас и покидает систему; иначе, т.е. если уровень запасов системы в момент поступления низкоприоритетной заявки меньше или равен s, то эта заявка согласно схеме Бернулли либо с вероятностью α уходит в орбиту в целях повторения запроса для получения запаса, либо с дополнительной вероятностью не получает запас и покидает систему. Здесь изучаются модели с конечным и бесконечным размером орбиты. Для модели с бесконечным размером орбиты любая заявка первого типа может приниматься в орбиту. В случае конечного размера орбиты заявка первого типа, которая направляется в орбиту, может приниматься в орбиту, если там имеется хотя бы одно свободное место; иначе она теряется с вероятностью единица.

Заявки с орбиты независимо друг от друга повторяют запросы через случайные моменты времени, которые имеют общее показательное распределение с параметром $\eta, 0 < \eta < \infty$. При этом, если в момент поступления повторной заявки уровень запасов больше критического уровня s, то она мгновенно получает требуемый запас и покидает орбиту; иначе (т.е. если уровень запасов системы в этот момент меньше или равен s) она согласно схеме Бернулли либо с вероятностью β уходит с орбиты, либо с дополнительной вероятностью остается в орбите.

Считается, что заказы на пополнения запасов выполняются с определенными случайными задержками, которые имеют общее показательное распределение с параметром $\nu > 0$.

В системе может быть использована одна из следующих политик пополнения запасов: (1) (s, S)-политика, (2) VOS-политика и (3) $(S-1, S)$-политика.

Здесь задача заключается в нахождении совместного распределения уровня запасов системы и числа заявок в орбите.

Показано, что работа системы с конечным размером (R) орбиты описывается двумерной цепью Маркова с состояниями вида (m, n), где m – уровень запасов системы, n – число заявок в орбите. Пространство состояний определяется как декартовое произведение двух множеств, т.е. $E = \{0,1,...,S\} \times \{0,1,...,R\}$. Разработана система уравнений равновесия (СУР) для вероятностей состояний $p(m, n)$ при использовании (s, S)-политики:

Случай $s < m \le S$:

$$(\lambda + n\eta)p(m,n) = \lambda p(m+1,n) + (n+1)\eta p(m+1,n+1) + \nu p(m-S+s,n).$$

Случай $0 \le m \le s$:

$$(\lambda_2 I(m>0) + \lambda_1\alpha + n\eta\beta + \nu)p(m,n) = \lambda p(s+1,n)\delta(m,s) +$$
$$+ \lambda_2 p(m+1,n)I(m<s) + \lambda_1\alpha p(m,n-1)I(n>0) + (n+1)\eta\beta p(m,n+1).$$

$$\sum_{(m,n)\in E} p(m,n) = 1.$$

Для решения полученной СУР, которая представляет собой систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), размерности $(S+1)(R+1)$, могут быть использованы существующие пакеты прикладных программ (ППП). Далее вычисляются характеристики системы:

средний уровень запасов

$$S_{av} = \sum_{m=1}^{S} m \sum_{n=0}^{R} p(m,n);$$

средняя интенсивность заказов

$$RR = \lambda \sum_{n=0}^{R} p(s+1, n);$$

вероятность отказа в обслуживании заявок каждого типа

$$PB_1 = (1-\alpha)\sum_{m=0}^{s}\sum_{n=0}^{R-1} p(m,n) + \sum_{m=0}^{s} p(m,R);$$

$$PB_2 = \sum_{n=0}^{R} p(0,n);$$

среднее число заявок в орбите

$$L_o = \sum_{m=0}^{S}\sum_{n=1}^{R} np(m,n);$$

средняя интенсивность успешного повторения запросов с орбиты

$$RSR = \eta \sum_{m=s+1}^{S}\sum_{n=1}^{R} np(m,n);$$

средняя интенсивность безуспешного повторения $(RuSR)$ запросов с орбиты

$$RuSR = \eta\beta \sum_{m=0}^{s}\sum_{n=1}^{R} np(m,n).$$

Здесь же изучена модель с бесконечным размером орбиты. Показано, что математической моделью этой системы является двумерная ЦМ с бесконечным пространством состояний. Для вычисления приближенных значений вероятностей состояний полученной цепи используется метод фазового укрупнения состояний двумерных ЦМ, разработанный А.З. Меликовым. Далее стандартным способом вычисляются приближенные значения характеристик системы:

$$S_{av} = \sum_{m=1}^{S} m\rho(m);$$

$$RR = \lambda\rho(s+1);$$

$$PB_1 = (1-\alpha)\sum_{m=0}^{s} \rho(m); \quad PB_2 = \rho(0);$$

$$L_o = \Psi;$$

$$RSR = \eta \Psi \sum_{m=s+1}^{S} \rho(m);$$

$$RuSR = \eta\beta \Psi \sum_{m=0}^{s} \rho(m).$$

В последних формулах параметры определяются так:

$$\rho(m) = \begin{cases} a_m \rho(s+1), & \text{если} \quad 0 \le m \le s, \\ \rho(s+1), & \text{если} \quad s+1 \le m \le S-s, \\ b_m \rho(s+1), & \text{если} \quad S-s+1 \le m \le S, \end{cases}$$

где $\rho(s+1) = \left(S - 2s + \sum_{m=0}^{s} a_m + \sum_{m=S-s+1}^{S} b_m \right)^{-1}$;

$$a_m = \left(\frac{\lambda_2}{\nu + \lambda_2} \right)^{s+1-m}; \; b_m = \frac{\nu}{\lambda} \sum_{i=m-S+s}^{s} \left(\frac{\lambda_2}{\nu + \lambda_2} \right)^{s+1-i};$$

$\Psi = \Lambda / \mathrm{M}$, где $\Lambda = \lambda_1 \alpha \sum_{m=0}^{s} \rho(m)$; $\mathrm{M} = \eta \left(\sum_{m=s+1}^{S} \rho(m) + \beta \sum_{m=0}^{s} \rho(m) \right)$.

Аналогичным образом изучаются модели при других ППЗ. Выполнены численные эксперименты по расчету моделей и решены задачи максимизации прибыли изучаемых систем при использовании различных политик пополнения запасов.

В четвертой главе предложены двумерные Марковские модели СОЗ с двумя типами заявок, в которых используются различные ППЗ. Рассмотрены две схемы организации приоритетного обслуживания разнотипных заявок. В обеих схемах нет ограничений для доступа заявок высокого приоритета. Однако в первой схеме заявки низкого приоритета принимаются лишь тогда, когда суммарное число заявок в системе меньше заданного порогового значения. Во второй схеме заявки низкого приоритета принимаются лишь тогда, когда текущий уровень запасов выше определенного критического значения.

В отличие от моделей СУЗ, которые изучались в предыдущих главах, здесь учитывается факт о том, что после завершения обслуживания некоторые заявки могут не купить запасы из-за различных причин, например, из-за низкого качества запасов, из-за их дороговизны и т.д. Для учета таких ситуаций здесь считается, что после завершения обслуживания заявки любого типа она с вероятностью $\sigma_1 > 0$ не получает запас и с дополнительной вероятностью $\sigma_2 = 1 - \sigma_1$ получает запас. Время обслуживания заявок обоих типов зависит от того, получила ли она запас или нет; в обоих случаях эта величина имеет показательную функцию распределения (ф.р.), при этом если заявка не получила запас, то среднее значение времени обслуживания равно μ_1^{-1}, в противном случае оно равно μ_2^{-1}.

Здесь исследуются модели с конечной и бесконечной общей очередью разнотипных заявок. В случае конечной очереди заявки обоих типов ожидают в очереди максимальной длины $N, N < \infty$. Первая схема приоритетного обслуживания определяется так: если в момент поступления высокоприоритетной заявки уровень запасов положительный, то она принимается в систему, при этом эта заявка принимается для обслуживания, если очередь пустая; иначе она принимается в очередь при наличии хотя бы одного свободного место. Однако низкоприоритетная заявка принимается лишь тогда, когда в момент ее поступления суммарная длина очереди меньше, чем заданное пороговое значение $r, 1 \le r \le N-1$. В модели с бесконечной очередью заявки второго типа не теряются, а в модели с конечной очередью эти заявки теряются лишь тогда, когда очередь полностью заполнена.

Здесь считается, что если в момент поступления заявки любого типа уровень запасов равен нулю, то она с вероятностью φ_1 присоединяется к очереди, а с дополнительной вероятностью $\varphi_2 = 1 - \varphi_1$ она уходит из системы необслуженной. Кроме того, здесь учитывается нетерпеливость заявок. Это означает, что если во время их ожидания в очереди уровень запасов системы опускается до нулевого значения, т.е. если при наличии очереди уровень запасов системы опускается до нулевого значения, то заявка каждого типа уходит из системы после случайного времени, которое имеет показательную ф.р. с параметром $\tau > 0$.

В системе могут быть использована одна из двух ППЗ: (*s*, *S*)-политика или VOS-политика.

Сначала рассматривается модель с конечной общей очередью размерности *N*. При использовании обеих ППЗ работа системы с общей конечной очередью описывается двумерной ЦМ с состояниями вида (m,n), где m – уровень запасов системы, n – общее число заявок в системе. Пространство состояний определяется, $E = \{0,1,...,S\} \times \{0,1,...,N\}$. Разработана СУР для вероятностей состояний $p(m,n)$ при использовании (*s*, *S*)-политики:

Случай $m = 0$:

$$(\lambda_1\varphi_1 I(n < N) + n\tau)p(0,n) = \lambda_1\varphi_1 p(0,n-1)I(n > 0) +$$

$$(n+1)\tau p(0,n+1) + \mu\sigma_2 p(1,n+1)I(n < N).$$

Случай $0 < m < s$:

$$(\lambda I(n < r) + \lambda_2 I(n \ge r) + \mu + \nu)p(m,n) = \lambda p(m,n-1)I(0 < n < r) +$$

$$+ \lambda_2 p(m,n-1)I(n \ge r) + \mu\sigma_1 p(m,n+1)I(n < N) +$$

$$+ \mu\sigma_2 p(m+1,n+1)I(n < N).$$

Случай $m \ge s$:

$$(\lambda I(n < r) + \lambda_2 I(n \ge r) + \mu)p(m,n) = \lambda p(m,n-1)I(0 < n < r) +$$

$$\lambda_2 p(m,n-1)I(n \ge r) + \mu\sigma_1 p(m,n+1)I(n < N) +$$

$$+ \mu\sigma_2 p(m+1,n+1)I(n < N) + \nu p(m-S+s,n).$$

К ним добавляется условие нормировки:

$$\sum_{(m,n)\in E} p(m,n) = 1.$$

Полученная СУР, представляет собой СЛАУ размерности $(S+1)(N+1)$, и для решения этой системы могут быть использованы известные ППП. Показано, что при использовании обеих ППЗ имеют место следующие соотношения:

$$S_{av} = \sum_{m=1}^{S} m \sum_{n=0}^{N} p(m,n); \tag{6}$$

$$RR = \mu_2 \sigma_2 \sum_{n=1}^{N} p(s+1,n); \tag{7}$$

$$PB_1 = \sum_{m=1}^{S} \sum_{n=r}^{N} p(m,n) + \theta_1 \sum_{n=1}^{N} p(0,n) \frac{n\tau}{\lambda\varphi_1 + n\tau}; \tag{8}$$

$$PB_2 = \sum_{m=0}^{S} p(m,N) + \theta_2 \sum_{n=1}^{N} p(0,n) \frac{n\tau}{\lambda\varphi_1 + n\tau}. \tag{9}$$

В последних формулах параметры $\theta_1 = \eta_1/(\eta_1 + \eta_2)$ и $\theta_2 = 1 - \theta_1$ оценивают вероятность того, что в состояниях типа $(m,n), n>0,$ случайно выбранная заявка является заявкой первого и второго типа, соответственно, где η_1 и η_2 обозначают интенсивность принятых в систему заявок первого и второго типа, соответственно. Показано, что $\eta_2 = \lambda_2$ и

$$\eta_1 = \sum_{k=1}^{r} k \cdot \frac{\lambda_1^k}{k!} e^{-\lambda_1} + r \sum_{k=r+1}^{\infty} \frac{\lambda_1^k}{k!} e^{-\lambda_1} = e^{-\lambda_1} \sum_{k=1}^{r} \frac{\lambda_1^k}{(k-1)!} + r\left(1 - e^{-\lambda_1} \sum_{k=0}^{r} \frac{\lambda_1^k}{k!}\right).$$

Для изучения модели с бесконечной очередью используются метод спектрального расширения, а также метод фазового укрупнения.

Показано, что условием эргодичности модели с бесконечной очередью является выполнение следующего условия: $\lambda_2 < \mu_1 \sigma_1$. При выполнении данного условия характеристики системы вычисляются следующим образом:

$$S_{av} \approx \sum_{m=1}^{S} m\pi(<m>);$$

$$RR \approx \mu_2\sigma_2\pi(<s+1>)(1-\rho(0));$$

$$PB_1 \approx (1-\pi(<0>))\left(1-\sum_{n=0}^{r-1}\rho(n)\right)+\theta_1\pi(<0>)\sum_{n=1}^{\infty}\rho_0(n)\frac{n\tau}{\lambda\varphi_1+n\tau};$$

$$PB_2 \approx \theta_2\pi(<0>)\sum_{n=1}^{\infty}\rho_0(n)\frac{n\tau}{\lambda\varphi_1+n\tau}.$$

В последних формулах приняты следующие обозначения:

$$\rho(0)=\left(\sum_{n=0}^{r}\left(\frac{\lambda}{\mu_1\sigma_1}\right)^n+\left(\frac{\lambda}{\mu_1\sigma_1}\right)^r\frac{\lambda_2}{\mu_1\sigma_1-\lambda_2}\right)^{-1};$$

$$\rho_0(n)=\frac{a^n}{n!}e^{-a}\ ,\ n=0,1,...;$$

$$\pi(<m>)=\begin{cases}\alpha_m\pi(<s+1>), & \text{если}\quad 0\le m\le s,\\ \pi(<s+1>), & \text{если}\quad s+1\le m\le S-s,\\ \beta_m\pi(<s+1>), & \text{если}\quad S-s+1\le m\le S,\end{cases}$$

где $\pi(<s+1>)=\left(S-2s+\sum_{m=0}^{s}\alpha_m+\sum_{m=S-s+1}^{S}\beta_m\right)^{-1};$

$$\alpha_m=\left(\frac{\mu_2\sigma_2(1-\rho(0))}{\nu+\mu_2\sigma_2(1-\rho(0))}\right)^{s-m+1};\ \beta_m=\frac{\nu}{\mu_2\sigma_2(1-\rho(0))}\sum_{i=m-S+s}^{s}\alpha_i\ .$$

Проведены огромные вычислительные эксперименты по расчету и оптимизации данной модели. Эти эксперименты показали, что точность разработанных приближенных алгоритмов расчета вероятностей состояний и характеристик системы оказываются достаточно высокими, при этом по времени выполнения приближенные алгоритмы существенным образом превосходят их точные аналоги. При этом точность приближенных алгоритмов оценивается с помощью двух норм близости: максимум разностей, т.е.

$$\|\mathrm{N}\|_1 = \max_{\boldsymbol{n}\in E}\left|p(\boldsymbol{n}) - \tilde{p}(\boldsymbol{n})\right|;$$

и подобия косинуса:

$$\|\mathrm{N}\|_2 = \frac{\sum\limits_{\boldsymbol{n}\in E} p(\boldsymbol{n})\tilde{p}(\boldsymbol{n})}{\left(\sum\limits_{\boldsymbol{n}\in E}\left(p(\boldsymbol{n})\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\left(\sum\limits_{\boldsymbol{n}\in E}\left(\tilde{p}(\boldsymbol{n})\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Здесь решается следующая задача оптимизации: требуется максимизировать прибыль системы за счет выбора надлежащих значений критического уровня запасов и порогового параметра, регулирующего доступ заявок низкого приоритета, т.е. требуется решить следующую задачу:

$$\left(s^*, r^*\right) = \arg\max_{(s,r)\in X} PT(s,r), \tag{10}$$

где $PT(s,r) = RV(s,r) - TC(s,r)$. Показано, что

$$RV(s,r) = \left(\lambda_1\left(1 - PB_1(s,r)\right)C_{rev}^1 + \lambda_2\left(1 - PB_2(s,r)\right)C_{rev}^2\right)PS(s,r),$$

где $PS(s,r) = \dfrac{\mu_2\sigma_2}{\lambda + \mu_1\sigma_1 + \mu_2\sigma_2}\left(1 - \rho(0)\right)\left(1 - \pi(<0>)\right)$;

$$TC(s,r) = \left(K + c_r V_{av}(s,r)\right)RR(s.r) + c_h S_{av}(s,r) + c_l^1\lambda_1 PB_1(s,r)$$
$$+ c_l^2\lambda_2 PB_2(s,r).$$

Задача (10) всегда имеет решение, так как множество допустимых решений $X = \{0 \le s < S/2\} \times \{1 \le r \le N-1\}$ является конечным и дискретным. В табл. 1 приводятся результаты решения задачи (10) для модели с (s,S) и $(m,S-m)$

политиками, где PT^* обозначает максимальное значение функционала $PT(s,r)$ и

$$C_{rev}^1 = 5, C_{rev}^2 = 10, K = 0.2, c_r = 0.01, c_h = 0.2, c_l^1 = 0.2, c_l^2 = 0.6.$$

Табл. 1 Результаты решения задачи (10); $\mu_1 = 55$, $\mu_2 = 15$, $\sigma_1 = 0.2$, $\varphi_1 = 0.3$, $\nu = 3$, $\tau = 2$.

(S, N)	(λ_1, λ_2)	(s, S) политика		(m, S-m) политика	
		(s^*, r^*)	PT^*	(s^*, r^*)	PT^*
(30,45)	(45,8)	(14,39)	10.45	(1,41)	9.59
	(55,12)	(14,35)	6.52	(1,39)	5.97
	(60,15)	(14,7)	4.87	(1,4)	4.49
(30,50)	(45,8)	(14,44)	10.50	(1,46)	10.00
	(55,12)	(14,41)	6.55	(1,44)	6.24
	(60,15)	(14,36)	4.88	(1,41)	4.63
(40,45)	(45,8)	(19,38)	8.34	(1,41)	8.52
	(55,12)	(19,33)	4.40	(1,38)	4.87
	(60,15)	(19,8)	2.74	(1,4)	3.36
(40,50)	(45,8)	(19,43)	8.35	(1,46)	8.84
	(55,12)	(19,38)	4.41	(1,43)	5.08
	(60,15)	(19,32)	2.74	(1,40)	3.46

Далее в этой главе изучается модель СОЗ с двумя типами заявок, в которой используется вторая схема доступа разнотипных заявок. В отличие от первой схемы доступа, здесь судьба поступившей заявки определяется исходя из текущего уровня запасов, при этом изучаются модели СОЗ с общей конечной и бесконечной очередью разнотипных заявок.

Предположим, что разнотипные заявки ожидают в общем буфере, который имеет максимальный размер $N, N < \infty$. Доступ разнотипных заявок в систему осуществляется следующим образом. Если в момент поступления заявки второго типа буфер не полностью заполнен (т.е. имеется хотя бы одно свободное место в буфере), то эта заявка принимается в буфер; в противном случае (т.е. когда буфер заполнен полностью) она теряется. Заявка низкого приоритета (т.е. заявки первого типа) принимается в буфер лишь тогда, когда в момент ее поступления в систему уровень запасов не меньше, чем s. Это означает, что если в момент поступления заявки первого типа уровень запасов меньше, чем s, то независимо от наличия свободных мест в буфере она теряется с вероятностью единица. Отметим, что приоритетные заявки могут присоединиться к очереди даже тогда, когда уровень запасов системы равен нулю. Этот процесс осуществляется так: если в момент поступления заявки второго типа в системе отсутствуют запасы (т.е. уровень запасов равен нулю), то эта заявка с вероятностью φ_1 принимается в буфер, а с дополнительной вероятностью $\varphi_2 = 1 - \varphi_1$ она уходит из системы необслуженной.

Анализ работы последней модели с конечной очередью показывает, что средний уровень запасов и средняя интенсивность заказов определяются аналогично (6) и (7), однако здесь вероятности потери разнотипных заявок вычисляются так:

$$PB_1 = \sum_{m=s}^{S} p(m, N) + \sum_{m=0}^{s-1} \sum_{n=0}^{N} p(m, n);$$

$$PB_2 = \sum_{m=0}^{S} p(m, N) + \sum_{n=1}^{N} p(0, n) \cdot \frac{n\tau}{\lambda_1 + n\tau}.$$

Рассмотрена модель системы с бесконечной очередью при использовании трех политик пополнения запасов: (s, S)-политика, $(S-1, S)$ - политика и $(m, S-m)$ - политика. Показано, что условием эргодичности данной модели является выполнение неравенство $\psi_2 < 1$, где $\psi_2 = \lambda / \mu_1$. Так, при использовании $(S-1, S)$ политики вероятности укрупненных состояний при использовании $(S-1, S)$- политики находятся из следующих соотношений:

$$\pi(<m>)=\begin{cases}\dfrac{S!}{(S-m)!}\left(\dfrac{\nu}{\theta_1}\right)^m \pi(<0>), & \text{если } 0\le m\le s,\\ \dfrac{S!}{(S-m)!}\left(\dfrac{\theta_2}{\theta_1}\right)^s\left(\dfrac{\nu}{\theta_2}\right)^m \pi(<0>), & \text{если } s+1\le m\le S,\end{cases}$$

где $\pi(<0>)=\left(\sum_{m=0}^{s}\dfrac{S!}{(S-m)!}\left(\dfrac{\nu}{\theta_1}\right)^m+\left(\dfrac{\theta_2}{\theta_1}\right)^s\sum_{m=s+1}^{S}\dfrac{S!}{(S-m)!}\left(\dfrac{\nu}{\theta_2}\right)^m\right)^{-1}$.

Далее для этой политики приближенные значения характеристик вычисляются так:

$$S_{av}\approx\sum_{m=1}^{S}m\pi(<m>);$$

$$PB_1\approx\sum_{m=0}^{s-1}\pi(<m>);$$

$$PB_2\approx\pi(<0>)e^{-\omega}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\omega^n}{n!}\cdot\frac{n\tau}{\lambda_1+n\tau}.$$

$$RR\approx\mu_2\left(1-\sum_{m=0}^{S}\rho_m(0)\pi(<m>)\right).$$

В последних формулах приняты следующие обозначения:

$$\omega=\lambda_2\varphi_1/\tau;\ \rho_0(n)=\frac{\omega^n}{n!}e^{-\varpi},\ n\ge 0;$$

$$\psi_1=\lambda_2/\mu_1 \text{ и } \psi_2=\lambda/\mu_1,$$

$$\rho_m(n)=\begin{cases}\psi_1^n(1-\psi_1), & 1\le m\le s, n\ge 0,\\ \psi_2^n(1-\psi_2), & s+1\le m\le S, n\ge 0.\end{cases}$$

Аналогично вышеописанной модели изучается, и эта схема организации приоритетного доступа разнотипных заявок и приводятся результаты соответствующих вычислительных экспериментов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные в данной диссертации исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. В подавляющем большинстве работ, посвященных изучению СУЗ и СОЗ, основное допущение заключается в том, что заявки являются идентичными. Это допущение существенным образом снижает адекватность известных моделей. Показано, что для увеличения адекватности разрабатываемых моделей СУЗ и СОЗ необходимо учитывать разнотипность входящих заявок. Приводятся основные признаки классификации заявок в СУЗ и СОЗ.

2. Предложены математические модели СУЗ с двумя типами заявок и без повторных заявок при использовании детерминированных и рандомизированной политики пополнения запасов. Показано, что математическими моделями этих систем при использовании указанных ППЗ являются одномерные цепи Маркова. Построены производящие каждой ЦМ и получены формулы для вычисления их вероятностей состояний этой цепи. Предложены точные формулы для вычисления характеристик изучаемых СУЗ – вероятности потери заявок каждого типа и средний уровень запасов системы.

3. Предложены математические модели СУЗ с двумя типами заявок и повторением лишь низкоприоритетных заявок, если в моменты их поступления уровень запасов системы меньше определенной (пороговой) величины. Считается, что в системе могут быть использована одна из трех типов детерминированных ППЗ. Рассматриваются модели с конечной и бесконечной размерности орбиты для таких заявок. Разработаны точный и приближенный методы расчета характеристик изучаемых систем– средний уровень запасов системы, среднее число повторных заявок в орбите и вероятностей потери разнотипных входящих заявок, а также повторных заявок. Решены задачи их оптимизации.

4. Разработаны математические модели СОЗ с двумя типами заявок и конечными и бесконечными очередями при

использовании две политики пополнения запасов: в одной политике объем поставляемых запасов является постоянной величиной, а в другой политике – переменной. Считается, что после завершения обслуживания часть заявок обеих типов могут отказаться купит запасов, при этом время обслуживания заявок, которые получают запасы отличаются от времени обслуживания заявок, которые не получают запасы.

5. Предложены две схемы организации приоритетного обслуживания в СОЗ с заявками двух типов. В обеих схемах заявки высокого приоритета принимаются при любых значениях уровня запасов и при наличии хотя бы одного свободного места в буфере для ожидания (в случае модели с бесконечной очередью эти заявки всегда принимаются в систему). В одной схеме заявки низкого приоритета принимаются лишь тогда, когда уровень запасов выше определенной (пороговой) величины, а в другой – такие заявки принимаются лишь тогда, когда суммарная длина очереди меньше определенной (пороговой) величины.

6. Показано, что модели СОЗ с двумя типами заявок представляют собой двумерные цепи Маркова. Разработаны алгоритмы построения производящих матриц соответствующих цепей Маркова и получены СУР для нахождения их стационарных распределений. Найдены формулы для вычисления характеристик изучаемых СОЗ – вероятности потери заявок каждого типа, средний уровень запасов системы и среднее число заявок в системе.

7. Предложен единый подход для изучения двумерных моделей СУЗ и СОЗ при больших размерностях их пространство состояний. Он основан на методе фазового укрупнения состояний и позволяет найти простые приближенные формулы для нахождения желаемых характеристик указанных систем при использовании отмеченных выше политик пополнения запасов.

8. Демонстрируются результаты численных экспериментов для всех моделей СУЗ и СОЗ. Даны результаты сравнительного анализа характеристик изучаемых системы при использовании различных ППЗ.

Достоверность и обоснованность научных и практических выводов диссертационной работы подтверждается корректным применением результатов теорий управления запасами и массового обслуживания.

Список литературы содержит название основных работ, в которых исследуются модели систем управления запасами и систем обслуживания-запасания.

В приложении приводится Акт об использовании результатов.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в следующих научных статьях:

1. Алиев, И.А. Об одной модели системы обслуживания-запасания с двумя типами заявок // - Баку: Вестник Бакинского Университета, - 2017. №4, - С. 105-110.
2. Melikov, A.Z., Ponomarenko, L.A., Aliyev, I.A. Analysis and Optimization of Models of Queuing-Inventory Systems with Two Types of Requests // - USA: Journal of Automation and Information Sciences. Begell House, - 2018. Vol.50, №12, - P. 34-50. **(Scopus)**
3. Melikov, A.Z., Ponomarenko, L.A., Aliyev, I.A. Markov Models of Systems with Demands of Two Types and Different Restocking Policies // - USA: Cybernetics and Systems Analysis. Springer, - 2018. Vol.54, №6, - P. 900-917. **(Web of Science)**
4. Алиев, И.А. Модель системы обслуживания-запасания с разнотипными заявками // Материалы XVII Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование», - Томск: - 10-15 сентября, - 2018, - С. 274-280.
5. Алиев, И.А. Модель системы запасания с разнотипными заявками и мгновенным обслуживанием // Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika elmi konfransının materialları, - Bakı: - 22-23 noyabr, - 2018, - S. 218-219.
6. Melikov, A.Z., Ponomarenko, L.A., Aliyev, I.A. Markov Models of Queuing-Inventory Systems with Different Types of Retrial

Customers // - USA: Journal of Automation and Information Sciences. Begell House, - 2019. Vol.51, №8, - P. 1-15. **(Scopus)**

7. Алиев, И.А. Расчет характеристик системы обслуживания-запасания с разнотипными заявками и конечной орбитой для повторных заявок // Материалы XVIII международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование», - Томск: - 26-30 июня, - 2019, - С. 115-120.
8. Aliyev, I.A. Mathematical models of resource management systems with instant service and two types of applications // Proceedings of the XXV-th International Open Science Conference “Modern Informatization Problems in Economics and Safety”, - Yelm, WA, USA: - January, - 2020, - P. 4-9.
9. Алиев, И.А. Расчет модели системы обслуживания с различными политиками пополнения запасов // Материалы XII международной научно-практической конференции «Интернет–Образование-Наука» (ИОН-2020), - Винница: - 26-29 мая, - 2020, - С. 120-122.
10. Алиев, И.А. Численное исследование и оптимизация системы управления запасами с мгновенным обслуживанием и двумя типами заявок // - Воронеж: Системы управления и информационные технологии, - 2020. №2 (80), - С. 28-34. **(ВАК Российской Федерации)**
11. Алиев, И.А. Управления запасами одной системы с разнотипными заявками // - Воронеж: Системы управления и информационные технологии, - 2021. №1 (83), - С. 4-8. **(ВАК Российской Федерации)**
12. Алиев, И.А. Модель системы с мгновенным обслуживанием и рандомизированной политикой пополнения запасов // - Киев: Проблемы информатизации и управления, - 2021. Том 2, №66, - С. 4-10. **(ВАК Украины)**

В совместно опубликованных работах [2, 3, 6] личный вклад автора состоит в разработке алгоритмов и формул для расчета стационарных распределений построенных многомерных цепей Маркова, выполнении численных экспериментов и анализе их результатов.

Защита диссертации состоится 30 сентября 2022 года в 14^{00} на заседании Диссертационного совета ED 1.20 действующего на базе Института Систем Управления НАНА

Адрес: город Баку, ул. Бахтияр Вахабзаде, 68.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Систем Управления НАНА

Электронная версия диссертации и автореферата размещена на официальном сайте (https://www.isi.az)

Автореферат разослан по соответствующим адресам 26 августа 2022 года

Подписано в печать 13.07.2022

Формат бумаги: А5

Объем: 36322

Тираж: 70